

¡PREPÁRATE PARA LAS OMU!

DESAFÍO SEMANAL 5

Apreciado estudiante:

A continuación, te presentamos tres retos en distintos niveles de dificultad. La idea es que entrenes a tu propio ritmo y elijas el nivel que mejor se adapte a tu preparación.

Te invitamos a resolverlos, probar diferentes estrategias y discutir tus ideas con compañeros y profesores. Lo importante no es solo encontrar la respuesta, sino también descubrir formas ingeniosas y bien fundamentadas de llegar a ella.

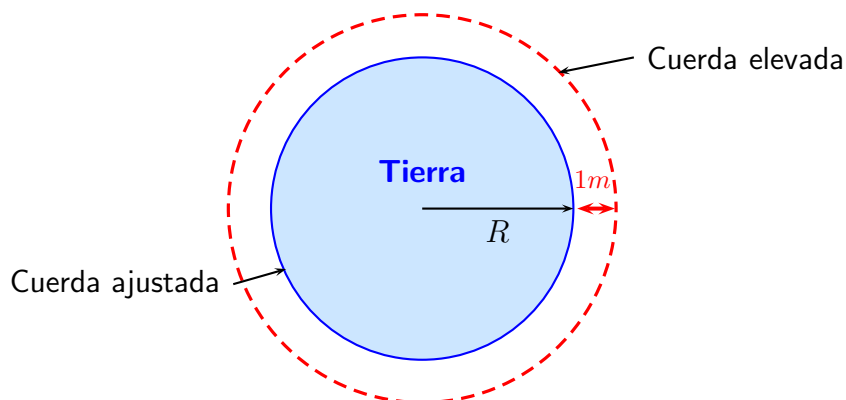
NIVEL BÁSICO. Un anillo para la Tierra

Supongamos que el ecuador terrestre es un círculo perfecto y que disponemos de una cuerda de longitud exacta para rodearlo por completo, quedando perfectamente ceñida a la superficie. Imagina ahora que deseamos que dicha cuerda se separe del suelo y flote exactamente a 1 metro de altura en todos sus puntos, formando una especie de anillo concéntrico alrededor del planeta. Para lograrlo, cortamos la cuerda y añadimos el trozo que hace falta.

¿Qué longitud debe tener ese trozo de cuerda adicional para que la cuerda, que inicialmente estaba ceñida a la superficie, se eleve ese metro de distancia y se convierta en el anillo que deseamos?

- A) Alrededor de 6,3 kilómetros, debido a la inmensidad de la circunferencia terrestre.
- B) Unos 630 metros, proporcional al gran radio del planeta.
- C) Poco más de 6 metros.

¿Cambiaría el resultado si en lugar de la Tierra hiciéramos el experimento con un balón de fútbol o una pequeña naranja esférica? Justifica tu razonamiento.



Vista desde "arriba"

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

Olimpiadas Matemáticas UIS.

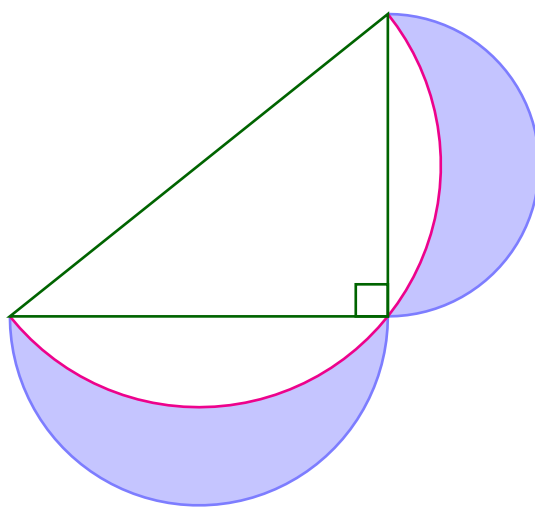
@edumat.uis

NIVEL MEDIO. Las Lúnulas de Hipócrates

Dado un triángulo rectángulo, se construyen tres semicírculos tomando como diámetros los tres lados del triángulo:

- Dos semicírculos pequeños construidos sobre los catetos, orientados hacia el exterior del triángulo.
- Un semicírculo grande construido sobre la hipotenusa, orientado de tal forma que cubra al triángulo.

Las regiones en forma de luna creciente que quedan fuera del semicírculo grande pero dentro de los semicírculos pequeños se denominan *lúnulas*. Si los catetos del triángulo miden 8 cm y 6 cm , ¿cuál es la suma de las áreas de las lúnulas? ¿Este valor es mayor, menor o igual al área del triángulo? ¿Se cumple siempre esta relación para cualquier triángulo rectángulo? Justifica tu respuesta.



NIVEL AVANZADO. El Secreto de la Corona Circular

Una *corona circular* es la región del plano situada entre dos circunferencias concéntricas. En una corona circular, se traza una cuerda de la circunferencia externa que es **tangente** a la circunferencia interna en un punto. Si la longitud total de dicha cuerda es de 20 cm , ¿cuál es el área exacta de la corona circular?

*“Soy y seré a todos definible,
mi nombre tengo que darós,
cociente diametrial siempre inmedible
soy de los redondos aros.”*

— Manuel Golmayo (Poema nemotécnico de π)

Nota curiosa: Este cuarteto no es solo poesía; es una regla nemotécnica. Si cuentas las letras de cada palabra, obtendrás las primeras cifras del número $\pi = 3,1415926535897932384\dots$

Material de Apoyo

Puedes encontrar todos los **desafíos semanales** y material de entrenamiento adicional en el repositorio oficial de las Olimpiadas:


[Enlace a la Carpeta de Material de Entrenamiento](#)

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

 [Olimpiadas Matemáticas UIS.](#)

 [@edumat.uis](#)



SOLUCIONARIO

DESAFÍO SEMANAL 4

NIVEL BÁSICO. Venta de lapiceros

Julián vende lapiceros de 7 colores diferentes a \$600, \$900, o \$1000. Cuando los tenía separados por colores, cada grupo tenía la misma cantidad, salvo el grupo de los rojos que tenía 2 más; pero luego decidió separarlos por precios y de esta manera cada grupo quedó con la misma cantidad. Si el total de lapiceros está entre 35 y 70, ¿cuál es la suma de las cifras del número total de lapiceros que tiene Julián?

- (a) 11 (b) 10 (c) 9 (d) 6

Solución: A partir de la afirmación “Cuando los tenía separados por colores, cada grupo tenía la misma cantidad, salvo el grupo de los rojos que tenía 2 más”, se deduce que el número total de lapiceros excede en 2 a un múltiplo de 7, ya que hay 7 colores diferentes.

De la afirmación “Luego decidió separarlos por precios y de esta manera cada grupo quedó con la misma cantidad”, se deduce que el número total de lapiceros es un múltiplo de 3, ya que hay tres precios diferentes.

Los números entre 35 y 70 que exceden en 2 a un múltiplo de 7 son 37, 44, 51, 58, 65. De ellos, el único que es múltiplo de 3 es 51. Por lo tanto, Julián tiene 51 lapiceros y la suma de las cifras de este número es $5 + 1 = 6$.

NIVEL MEDIO. Colección de carritos

El número de carritos de la colección del abuelo Alberto, es un número de dos cifras que se obtiene al sumar sus cifras con el producto de las mismas. ¿Cuál es el dígito de las unidades de este número?

- (a) 0 (b) 5 (c) 6 (d) 9

Solución: Sea ab el número de dos cifras que representa la cantidad de carritos de la colección. Note que $ab = 10a + b$, donde $a \neq 0$ es la cifra de las decenas y b es cifra de las unidades del número. Entonces, tenemos que

$$10a + b = a + b + a \times b,$$

simplificando la expresión nos queda:

$$10a + b = a + b + a \times b,$$

$$9a = a \times b,$$

$$9 = b.$$

Por lo tanto, el dígito de las unidades de este número es 9.

NIVEL AVANZADO. El subconjunto de las sumas rebeldes

Sea S un subconjunto de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ tal que al sumar cualesquiera dos números distintos de S , el resultado NO es múltiplo de 3. ¿Cuál es el número máximo de elementos que puede tener S ?

- (a) 5 (b) 6 (c) 10 (d) 11

Solución: Los números en el conjunto dado se pueden clasificar según el residuo que dejan al dividirse por 3, como se muestra a continuación:

Residuo 0	Residuo 1	Residuo 2
$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$
3, 6, 9, 12, 15	1, 4, 7, 10, 13	2, 5, 8, 11, 14

Observe que la suma de dos números con residuo 0 es un múltiplo de 3, y lo mismo sucede si sumamos un número con residuo 1 y otro con residuo 2. Como deseamos el subconjunto S con más elementos, de modo que al sumar dos de ellos el resultado no sea múltiplo de 3, debemos tomar todos los números que dejan residuo 1 y agregar uno de los que dejan residuo 0, o tomar los que dejan residuo 2 y agregar uno de los que dejan residuo 0. Así, el conjunto S podría ser, por ejemplo:

$$S = \{1, 4, 7, 10, 13, 3\} \text{ o } S = \{2, 5, 8, 11, 14, 9\}, \dots$$


Por lo tanto, el número máximo de elementos que puede tener S es 6.

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

 Olimpiadas Matemáticas UIS.

 @edumat.uis

