¡PREPÁRATE PARA LAS OMU!

DESAFÍO SEMANAL 5

Apreciado estudiante:

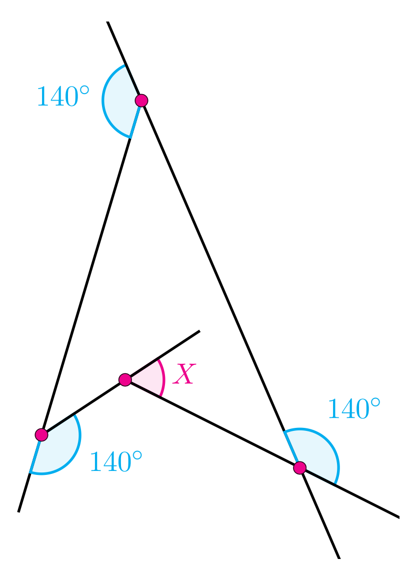
A continuación, te presentamos tres retos en distintos niveles de dificultad. La idea es que entrenes a tu propio ritmo y elijas el nivel que mejor se adapte a tu preparación.

Te invitamos a resolverlos, probar diferentes estrategias y discutir tus ideas con compañeros y profesores. Lo importante no es solo encontrar la respuesta, sino también descubrir formas ingeniosas y bien fundamentadas de llegar a ella.

¡Acepta el desafío y sigue entrenando tu lógica y creatividad matemática!

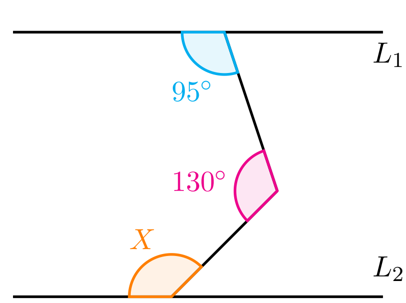
NIVEL BÁSICO.

Determine la amplitud del ángulo X en la siguiente figura:



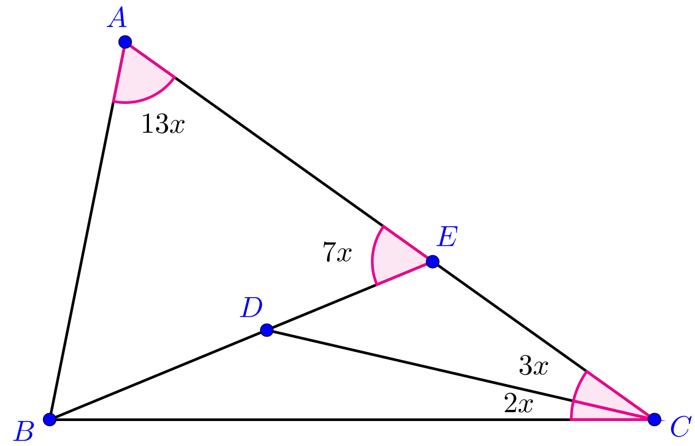
NIVEL MEDIO.

En la siguiente figura, las rectas L_1 y L_2 son paralelas. ¿Cuál es la medida del ángulo X?



Nivel Avanzado.

En la siguiente figura $AB = DC$. ¿Cuál es el valor de x?

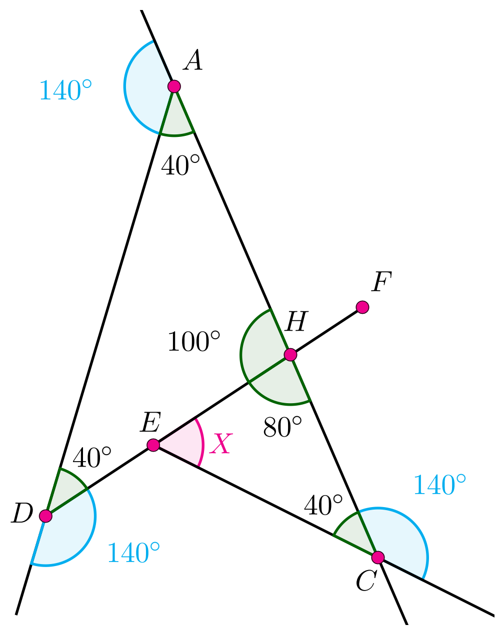


Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Solucionario
Desafío Semanal 5

Solución Nivel Básico.

Considere la siguiente figura, en que se ha prolongado el segmento $\overline{DE}$ hasta F.

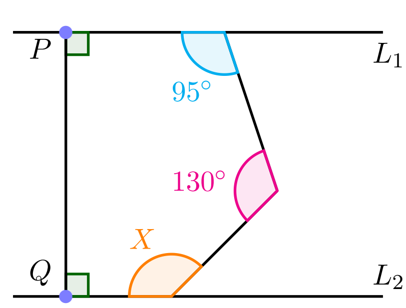


Iniciamos marcando en la figura los ángulos de $40°$, que son los suplementos de los ángulos de $140°$ dados en la figura inicial.
Ahora, dado que la suma de la medida de los ángulos internos de un triángulo es $180°$ deducimos que $\measuredangle AHD = 100°$ y su suplemento $\measuredangle EHC = 80°$.
Finalmente, sumando las medidas de los ángulos internos del triángulo EHC, tenemos:

$$X + 80° + 40° = 180°$$
$$X = 180° - 80° - 40° = 60°.$$

Solución Nivel Medio.

Tracemos una perpendicular entre las rectas L_1 y L_2, como se muestra en la figura:



En la nueva construcción, se forma un pentágono con dos ángulos rectos en P y Q. Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos internos de un pentágono es[a]:

$$180°(5-2) = 540°.$$

Por lo tanto, la suma de los ángulos internos de este pentágono está dada por:

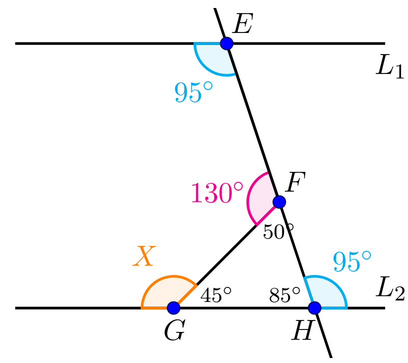
$$540° = 90° + 90° + 95° + 130° + X$$
$$135° = X$$

[a] Recuerde que **la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono con n lados**, está dada por: $180°n - 360° = 180°(n-2)$.

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

SOLUCIÓN NIVEL MEDIO. Otra solución

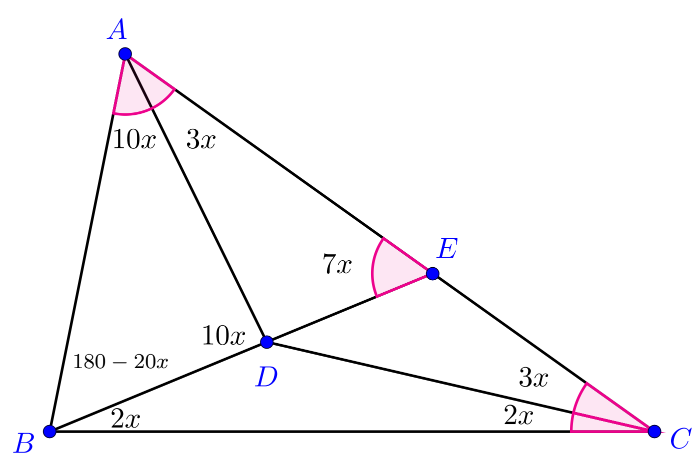
Considere la siguiente construcción, en que se prolongó el segmento EF hasta H :



Observe que los ángulos marcados en color azul, con vértices en E y H, son alternos internos entre paralelas, por tanto miden lo mismo, $95°$. Luego, deduzca las medidas de los ángulos internos del triángulo FHG, sabiendo que la suma debe ser $180°$. Por último, note que $X = 180° - 45° = 135°$.

SOLUCIÓN NIVEL AVANZADO.

Considere la siguiente figura auxiliar, en la que se incluyó el segmento AD :



Al considerar la suma de las medidas de los ángulos internos del triángulo ABE, deducimos que

$$\measuredangle ABE = 180 - 20x.$$

Además, al considerar la suma de los ángulos internos del triángulo ABC, tenemos:

$$\begin{aligned} 13x + 3x + 2x + \measuredangle DBC + (180 - 20x) &= 180 \\ \measuredangle DBC &= 2x. \end{aligned}$$

Por lo tanto el triángulo BDC es isósceles, con $BD = DC$. Pero $BA = DC$, entonces $BD = BA$ y el triángulo BAD también es isósceles, con $\measuredangle BAD = \measuredangle BDA$. Note que $\measuredangle BAD + \measuredangle BDA = 20x$ (considere la suma de los ángulos internos del triángulo ABD). Por lo anterior:

$$\measuredangle BAD = \measuredangle BDA = 10x,$$

y como $\measuredangle BAC = 13x$, entonces $\measuredangle DAE = 3x$.
Observe ahora que, entonces el triángulo ADC también es isósceles, con $AD = DC$.
Hemos visto que $BA = BD = DC$ y $AD = DC$, es decir el triángulo BAD es equilátero, y por tanto cada uno de sus ángulos internos mide $60°$, en particular

$$\begin{aligned} \measuredangle BAD &= 60° \\ 10x &= 60. \end{aligned}$$

Por lo tanto, $x = 6$.

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis