Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
XVII Olimpiadas de Matemáticas UIS.
SECUNDARIA-2025.

¡PREPÁRATE PARA LAS OMU!
DESAFÍO SEMANAL 8

Apreciado estudiante:

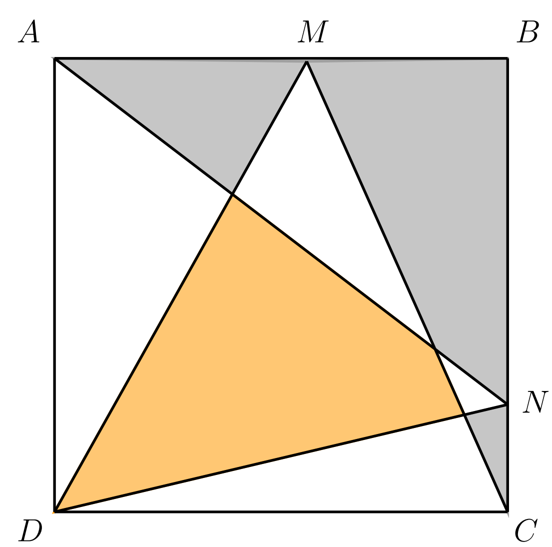
A continuación, te presentamos tres retos en distintos niveles de dificultad. La idea es que entrenes a tu propio ritmo y elijas el nivel que mejor se adapte a tu preparación.

Te invitamos a resolverlos, probar diferentes estrategias y discutir tus ideas con compañeros y profesores. Lo importante no es solo encontrar la respuesta, sino también descubrir formas ingeniosas y bien fundamentadas de llegar a ella.

¡Acepta el desafío y sigue entrenando tu lógica y creatividad matemática!

NIVEL BÁSICO. Un rompecabezas muy original

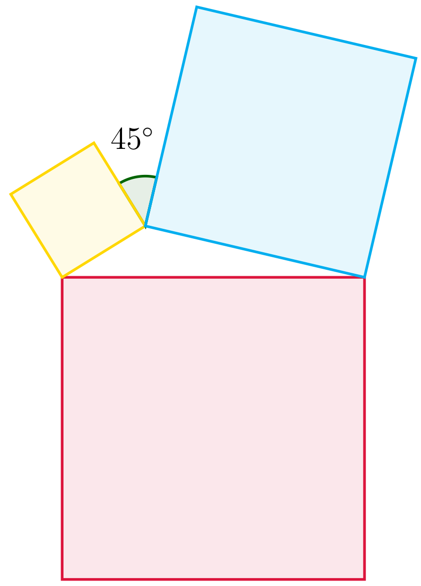
En la siguiente figura, $ABCD$ es un cuadrado con $\triangle MCD$ y $\triangle NDA$ inscritos en él. Si el área de la región naranja es $30\,cm^2$, ¿cuál es el área de la región gris?



Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

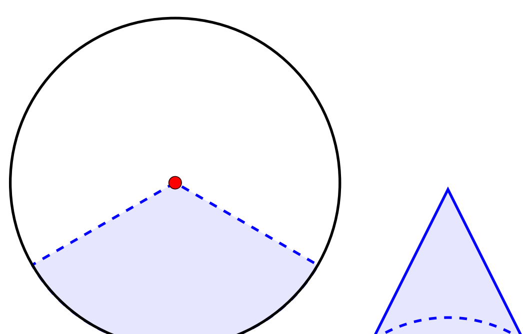
NIVEL MEDIO. Un cuadrado misterioso

En la figura, el área del cuadrado más pequeño es $1\,cm^2$ y la del mediano, $18\,cm^2$. ¿Cuál es el área del cuadrado más grande?



NIVEL AVANZADO. Construyendo un cono

Se recorta un sector circular correspondiente a un $\frac{1}{3}$ de un círculo de radio $9\,cm$, para formar un cono, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la altura de este cono?

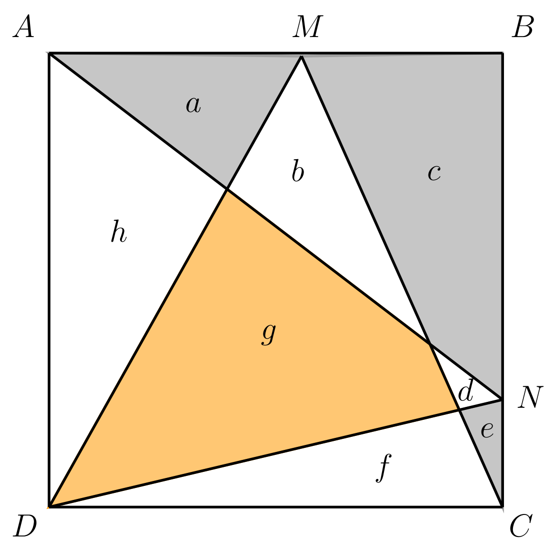


Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Solucionario
Desafío Semanal 8

Solución Nivel Básico.

Considere la siguiente figura, en la que cada letra representa el área de la respectiva región.



Sea L el lado del cuadrado $ABCD$. Note que el área del triángulo DMC es la mitad del área del cuadrado $ABCD$, pues una de sus bases es $DC = L$ y la altura correspondiente a esta base es L, así su área es $\frac{L^2}{2}$. Por lo anterior, se tiene que

$$g + b + f = h + a + c + d + e. \tag{1}$$

Análogamente, el área del triángulo AND es la mitad del área del cuadrado $ABCD$. Así,

$$h + g + d = a + b + c + e + f \tag{2}$$

Sumando las ecuaciones (1) y (2) se tiene que:

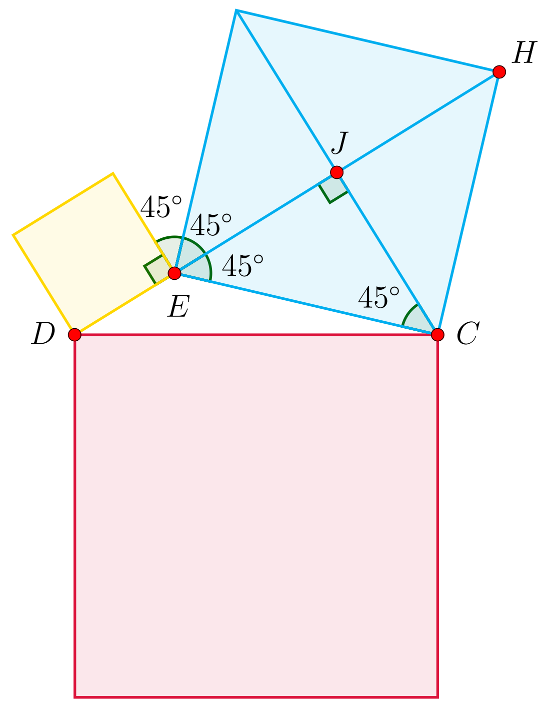
$$\begin{aligned} 2g + b + f + h + d &= h + 2a + 2c + d + 2e + b + f \\ 2g &= 2a + 2c + 2e \\ g &= a + c + e \end{aligned}$$

Luego, el área de la región naranja es igual al área de la región gris. De ahí que el área de la región gris es $30\,cm^2$.

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 1229, 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Solución Nivel Medio.

Considere la siguiente figura, en la que se han trazado las diagonales del cuadrado mediano y se han remarcado algunos ángulos, además del que ya se tenía.



Recuerde que:

- Las diagonales de un cuadrado bisecan a los ángulos internos del cuadrado.
- Las diagonales de un cuadrado se intersecan en el centro del cuadrado, formando un ángulo recto.
- Los ángulos internos de un cuadrado son todos de $90°$.
- El área de un cuadrado, cuyo lado mide L, es L^2.

Como el área del cuadrado azul es $18\,cm^2$, entonces $CE = 3\sqrt{2}\,cm$.

Ahora, considere el triángulo CJE, el cual es un triángulo rectángulo notable ($45°$, $90°$, $45°$). Como CE mide $3\sqrt{2}\,cm$, entonces CJ y JE miden ambos $3\,cm$ (use el Teorema de Pitágoras para verificar esto).

El área del cuadrado amarillo es $1\,cm^2$, entonces $ED = 1\,cm$. Además, dado que $\measuredangle JED = 180°$, entonces los puntos D, E y J son colineales.

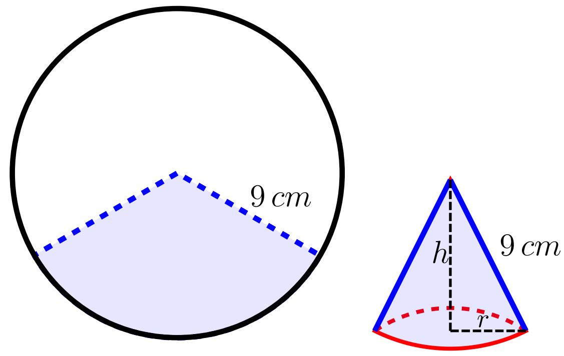
Finalmente, aplicando el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo CJD, como $CJ = 3\,cm$ y $JD = 3\,cm + 1\,cm = 4\,cm$, se tiene que:

$$CD^2 = CJ^2 + JD^2 = 9\,cm^2 + 16\,cm^2 = 25\,cm^2.$$

Por lo tanto, el área del cuadrado más grande es $CD^2 = 25\,cm^2$.

Solución Nivel Avanzado.

Considere la siguiente figura:



Note que el perímetro de la base del cono corresponde al arco barrido por sector circular recortado, y dado que este corresponde a $\frac{1}{3}$ del círculo, entonces el ángulo barrido, en radianes, es $\frac{2\pi}{3}$.

Dado que el radio del círculo es de $9\,cm$,, la longitud de la circunferencia de la base del cono es $9 \times \frac{2\pi}{3} = 6\pi$, lo cual es lo mismo que el perímetro de la base del cono (resaltado de rojo en el dibujo), esto es:

$$6\pi = 2\pi r.$$

Por lo tanto, el radio de la base del cono es $r = 3\,cm$.

Finalmente, aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que la altura del cono está dada por:

$$h = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}\,cm.$$