Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
*IX Olimpiadas Regionales de Matemáticas - Primaria*
NIVEL AVANZADO: GRADO QUINTO.

*"Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Tu problema puede ser modesto, pero si es un reto a tu curiosidad y trae a juego tus facultades inventivas, y si lo resuelves por tus propios métodos, puedes experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento"* - **Pólya.**

# MARATÓN OLÍMPICA

## RETO 3.

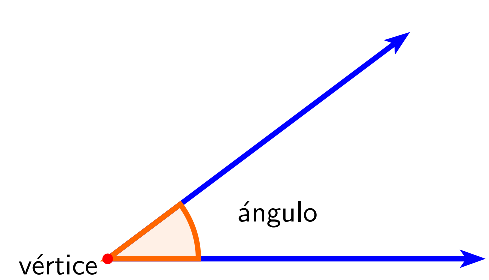
## *¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!*

**Estimados entrenadores:**
*La "Maratón Olímpica" hace parte del material de apoyo que ofrece el Equipo de Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, con el fin de promover la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas olímpicos. Sugerimos que difundan este material con sus colegas y estudiantes, a través de las diferentes plataformas digitales o cualquier otro medio que ustedes consideren conveniente. Así mismo, recomendamos incentivar a sus estudiantes en la resolución de estos problemas y la socialización de sus soluciones, promoviendo la creatividad y la búsqueda de métodos alternativos de solución que se destaquen por su sencillez, ingenio y belleza matemática. Se recomienda que los niños estén acompañados de sus padres o de una persona que pueda orientarlos en la lectura y comprensión de las instrucciones de este taller.*

**Apreciado estudiante:**
*A continuación encontrará un breve resumen de la teoría necesaria para resolver este reto, algunos ejemplos y los problemas propuestos para el nivel Avanzado. Tenga en cuenta que estos problemas están dirigidos, principalmente, a estudiantes de grado quinto. A quienes estén iniciando su preparación, sugerimos que intenten resolver los problemas de niveles anteriores. También los invitamos a que compartan sus soluciones a través de las redes sociales o con sus compañeros y profesores, con el fin de buscar las soluciones más creativas, sencillas e ingeniosas y si lo desean también las pueden compartir en nuestra página de facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

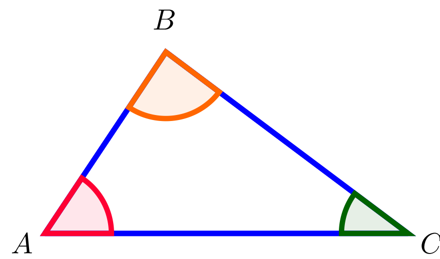
# ÁNGULOS

Dadas dos semirectas con el mismo punto inicial, el **ángulo** determinado por ellas es la amplitud que describe la inclinación de una con respecto a la otra. A continuación, presentamos algunos resultados sobre ángulos que le pueden ser útiles en la solución de problemas de geometría. Sugerimos que los tenga en cuenta para resolver los problemas que proponemos en este reto.



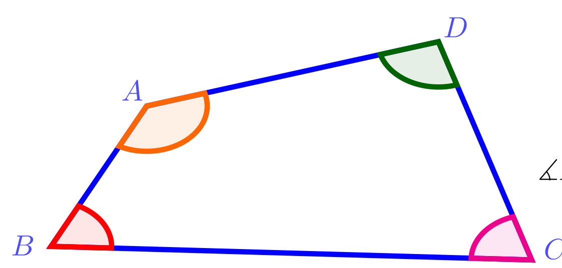
## Resultados importantes sobre ángulos

1. La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es $180°$.



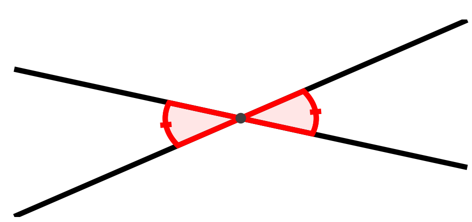

$\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C = 180°.$

2. La suma de los ángulos internos de cualquier cuadrilátero es $360°$.

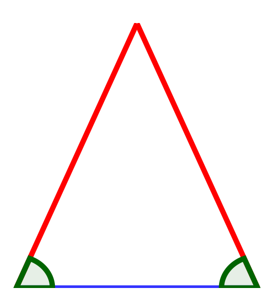



$\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C + \measuredangle D = 360°.$

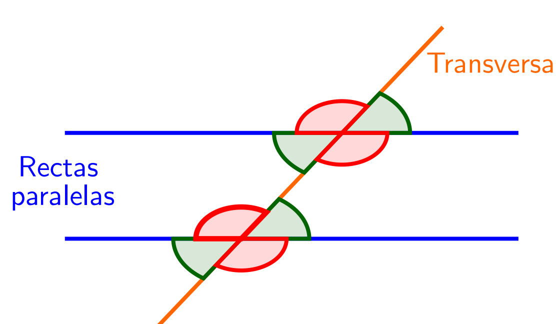
3. Si dos rectas se intersecan, entonces los ángulos opuestos por el vértice son congruentes (miden lo mismo).



4. Si un triángulo es isósceles (tiene dos lados iguales), los ángulos opuestos a los lados iguales son congruentes.



5. Si dos rectas paralelas se cortan por una transversal, entonces los ángulos alternos internos, los ángulos alternos externos y los ángulos correspondientes son congruentes respectivamente, como se muestra en la siguiente figura, en la que los los ángulos del mismo color miden lo mismo.



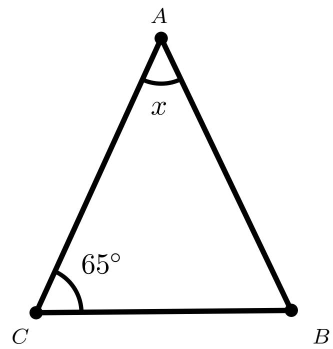


Scan me

**Informes:**
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
*Tel.:* 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
*Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

Ejemplo 1.

Halle la medida del ángulo $x$, sabiendo que $AB = AC$.



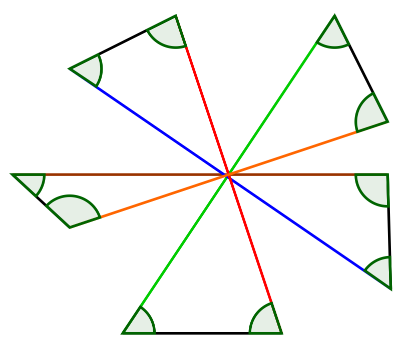

*Solución:* *Dado que $AB = AC$, el triángulo $ABC$ es isósceles, por lo tanto el ángulo $B$ mide $65^\circ$, lo mismo que el ángulo $C$.*

*Además, la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es $180^\circ$, por lo tanto el ángulo $x$ mide $50^\circ$, lo que hace falta para completar los $180^\circ$.*

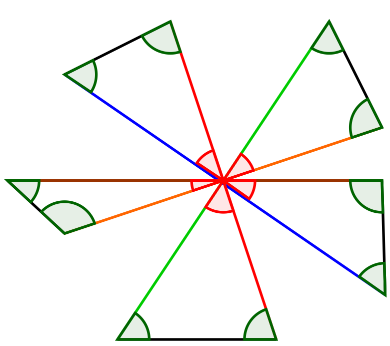
$$180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ.$$

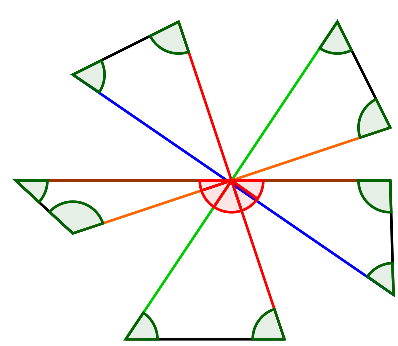
Ejemplo 2.

Determine la suma de las medidas de los ángulos marcados en la siguiente figura:



*Solución:* *Marcamos los ángulos restantes en cada triángulo. Ahora la suma de los ángulos marcados, incluyendo los rojos, es $180^\circ \times 5 = 900^\circ$.*





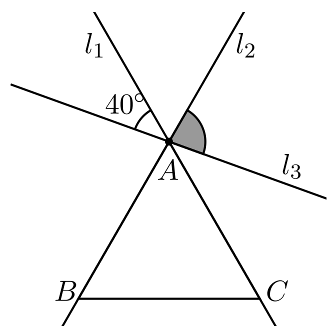
*Pero, notemos que los ángulos rojos al ser opuestos por el vértice con los ángulos del centro que no están marcados, completan media vuelta, es decir suman $180^\circ$.*

*Por lo tanto la suma de las medidas de los ángulos verdes es $900^\circ$ menos la suma de las medidas de los ángulos rojos, es decir*

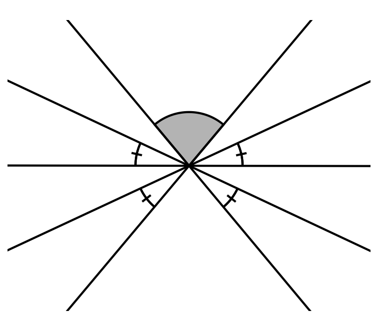
$$900^\circ - 180^\circ = 720^\circ.$$

# ¡Pónte a Prueba!

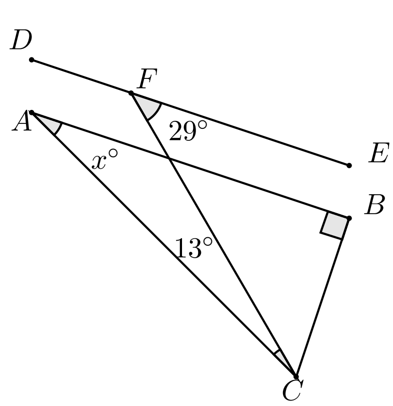
1. En la siguiente figura el triángulo $ABC$ es equilátero, las rectas $l_1$ y $l_2$ son las prolongaciones de dos de sus lados y la recta $l_3$ también pasa por el vértice $A$. ¿Cuál es la medida del ángulo sombreado, si la medida del otro ángulo marcado es $40°$?



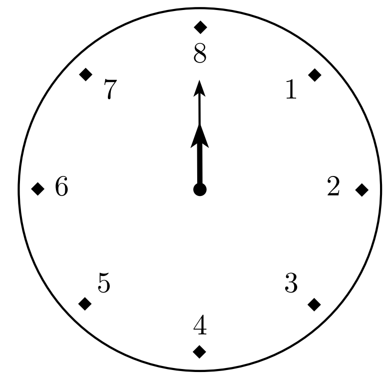

2. Halle la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que los demás ángulos marcados miden cada uno $25°$.



3. Si $\overline{DE}$ es paralelo a $\overline{AB}$, la medida del ángulo en la siguiente figura $x$ es:



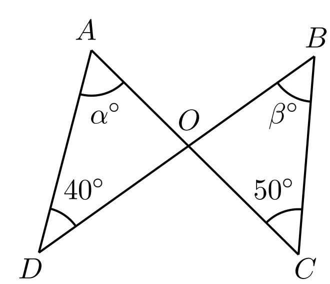

4. Isabella compró un reloj de manecillas muy especial, ya que en lugar de contar hasta $12$ horas solo contaba hasta $8$, el minutero cambiaba de número cada $5$ minutos y el horario cambiaba de número cada vez que el minutero pasaba por el número $8$. Cuando Isabella compró el reloj marcaba la hora mostrada en la siguiente figura:



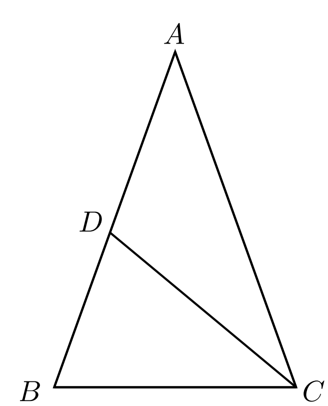

   a) Haga un dibujo del reloj de Isabella cuando han pasado $4$ horas.

   b) Calcule la medida del ángulo menor que forman las mancillas del reloj de Isabella cuando han pasado $4$ horas.

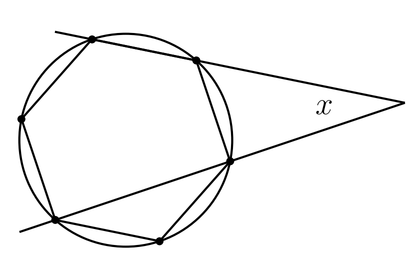
5. En la siguiente figura los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se cortan en $O$. Si el triángulo $BOC$ es isósceles en $O$, determine el valor de $\alpha + \beta$, considerando la información adicional dada en la gráfica.




6. En la siguiente figura el triángulo $BCD$ es isósceles en $C$, el ángulo $BAC$ mide $40°$ y el ángulo $DCA$ mide $30°$. Calcular la medida del ángulo $DCB$




7. En la siguiente figura se muestra un hexágono regular. ¿Cuál es la medida del ángulo $x$?

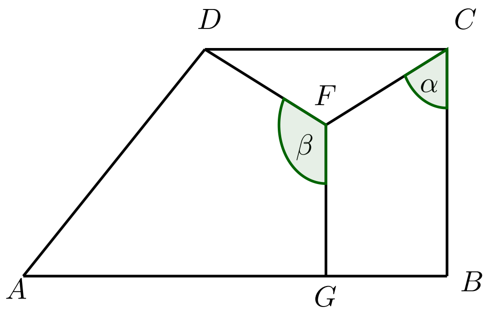




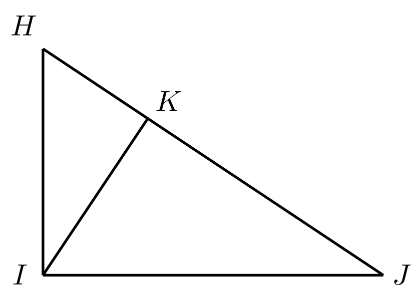
Scan me

**Informes:**
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
*Tel.:* $6344000$ *ext.* $2316$; $6450301$.
*Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

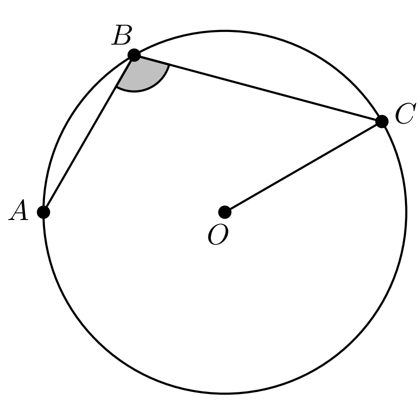
8. Si el ángulo $CFD = 110°$, $CF = FD$, $CB$ y $FG$ son perpendiculares a $\overline{AB}$, y $\overline{DC}$ es paralelo a $\overline{AB}$. Calcule el valor de $\alpha$ y $\beta$.




9. El triángulo $HIJ$ cumple que
$$\measuredangle HJI = 2\measuredangle IHJ = 3\measuredangle JIH.$$
Si $\overline{IK}$ es perpendicular a $\overline{HJ}$, calcule el valor del ángulo $KIH$.

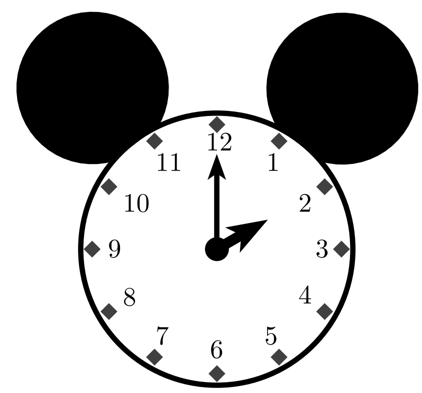



10. Hallar la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que $O$ es el centro del círculo, $AB = OC$ y el ángulo $BCO$ mide $45°$.

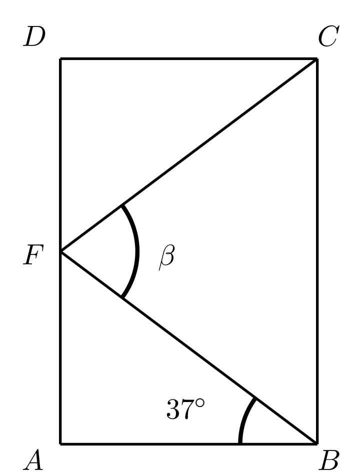



11. Ana tiene un reloj en su habitación como el que se muestra en la figura. ¿En cuál de las siguientes horas las manecillas del reloj forman un ángulo recto (de $90°$)?

$(a)$ $12:00$
$(b)$ $9:30$
$(c)$ $6:00$
$(d)$ $3:00$




12. En la siguiente figura $ABCD$ es un rectángulo y el triángulo $CFB$ es isósceles, con $FC = FB$. Si el ángulo $FBA$ mide $37°$, ¿cuánto mide el ángulo $\beta$ marcado en la figura?




**Informes:**
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
*Tel.:* 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
*Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*