Olimpiadas Regionales de Matemáticas
Escuela de Matemáticas

Síguenos en Facebook:
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son:

- Nivel Básico para los grados 6 y 7.
- Nivel Medio para los grados 8 y 9.
- Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.

2. El examen consta de 12 preguntas, todas de selección múltiple, para contestar una pregunta rellene el óvalo correspondiente a la opción escogida. Si aparece más de una marcación en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto **NO** se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).

4. El examen se calificará de la siguiente manera: Por presentar el examen 12 puntos, por cada respuesta correcta 4 puntos, por cada respuesta incorrecta se quita un punto, las preguntas sin contestar no tendrán valor.

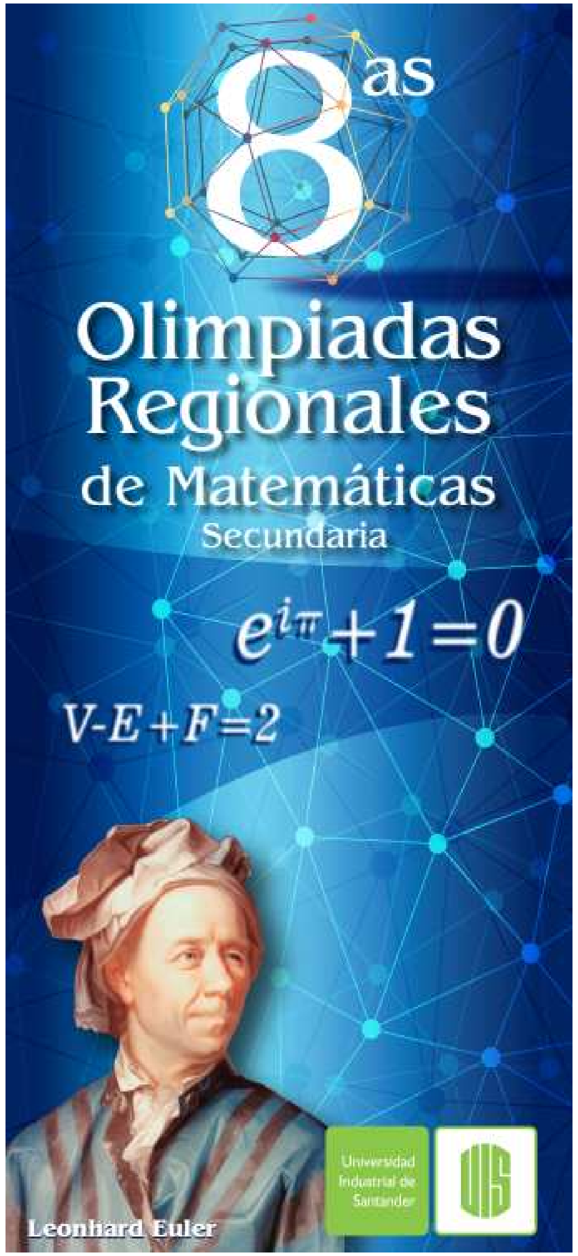
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

7. Los resultados de esta prueba serán publicados a partir del día 9 de septiembre del presente año a través de nuestra página Web **http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas**

Universidad Industrial de Santander
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co

Prueba Clasificatoria NIVEL AVANZADO



1. Se dice que n puntos están en **posición general** si $n > 2$ y cada tres de ellos no son colineales. Dados n puntos en posición general, **no** es correcto afirmar que

(a) Todos los n puntos son distintos.
(b) Las rectas que pasan por cada dos puntos son distintas.
(c) Hay exactamente $\dfrac{(n-1)n}{2}$ rectas que pasan por cada dos puntos.
(d) Entre las rectas que pasan por cada dos puntos, existe al menos un par que son paralelas.

2. Sea $P(x) = x(ax+b)$. Si $a < 0$, ¿cuál es el mayor valor que puede tomar $P(x)$?

(a) $\dfrac{-b}{2a}$ (b) $\dfrac{b^2}{4a^2}$ (c) $\dfrac{-b^2}{4a}$ (d) $\dfrac{b}{2a}$

3. ¿Cuántos conjuntos de enteros positivos $\{a, b, c\}$, satisfacen que $a + 3b = 21$ y $5a + 6c = 150$?

(a) 3 (b) 6 (c) 20 (d) Infinitos

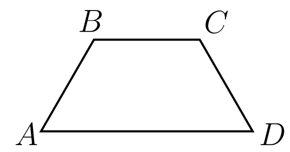
4. Sean $ABCD$ un trapecio con $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y P la intersección de sus diagonales. Las áreas de los triángulos PAB y PCD son $36\ cm^2$ y $49\ cm^2$ respectivamente. Si las magnitudes de sus alturas (respecto a los segmentos paralelos) suman 13, halle el producto de las longitudes AB y CD.

(a) 168 (b) 672 (c) 42 (d) 1764

5. Para definir la medalla de oro en la prueba de tiro con arco de los juegos olímpicos se realizan dos jornadas de puntuación. En la primera jornada, un deportista chino obtuvo $5x + 2$ puntos y un italiano $6y - 1$ puntos, para un total de 68 puntos en la jornada. Para el siguiente día de competencia por la medalla, el deportista italiano obtuvo un total de $4(x + 2)$ puntos y por su parte, el chino $8y + 3$. Si en las dos jornadas se obtuvieron un total de 155 puntos por parte de los dos deportistas, el ganador olímpico fue

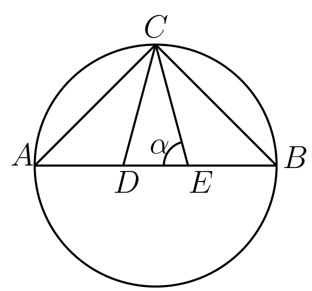
(a) China con 70 puntos.
(b) Italia con 69 puntos.
(c) China con 86 puntos.
(d) Italia con 87 puntos.

6. En el siguiente trapecio isósceles $AB = BC = CD = 1\ cm$ y $AD = 2\ cm$. ¿Cuál es la menor cantidad de puntos que se debe ubicar en el trapecio, para garantizar que un par de estos puntos están a un distancia menor a $1\ cm$?



(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6

7. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro de la circunferencia y C es el punto de intersección entre la mediatriz de $\overline{AB}$ y la circunferencia. Si $\overline{CD}$ y $\overline{CE}$ trisecan el ángulo ACB, ¿cuál es la medida del ángulo α?



(a) $30°$
(b) $60°$
(c) $75°$
(d) $105°$

8. ¿En qué línea de la siguiente demostración se genera el error?

$$
\begin{aligned}
(-3)^2 &= 3^2 \\
\sqrt{(-3)^2} &= \sqrt{9} \\
\sqrt{-3} \times \sqrt{-3} &= 3 \\
\sqrt{3}i \times \sqrt{3}i &= 3 \\
-3 &= 3.
\end{aligned}
$$

(a) Línea 1.
(b) Línea 2.
(c) Línea 3.
(d) Línea 4.

9. El **factorial** de un entero positivo n, se define como el producto de todos los números naturales desde 1 hasta n y se representa por $n!$, es decir,

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n-1) \times n.$$

Si k es un número que satisface

$$2! \times 3! \times 4! \times 5! \times k = 7! \times 8!,$$

es correcto afirmar que
(a) el residuo al dividir k entre $6!$ es 0.
(b) k tiene exactamente 3 divisores primos.
(c) el número de divisores de k es 4.
(d) k tiene 48 divisores.

10. Si a un triángulo isósceles se le traza la altura correspondiente al lado incongruente, **no** es correcto afirmar que,

(a) el triángulo queda dividido en dos triángulos congruentes.
(b) la altura trazada es mediatriz del lado incongruente.
(c) el triángulo queda dividido en dos triángulos isósceles.
(d) la altura trazada es bisectriz y mediana del triángulo.

11. La delegación olímpica colombiana, conformada por más de 50 personas, decide hacer un paseo turístico por Río de Janeiro. Para esto cuentan con buses y busetas. Si usan solo buses, son necesarios 6 y no quedan asientos libres. Si usan solo busetas, son necesarias 11 y quedan 5 asientos libres. ¿Cuál es la menor cantidad de personas que puede conformar esta delegación?

(a) 54 (b) 60 (c) 66 (d) 72

12. En los Juegos Olímpicos de Río 2016, un conjunto de 11 atletas ha llegado a disputar la semifinal de los $400\ m$ planos. En la competencia se entrega un total de 3 medallas y 8 diplomas olímpicos. Si los medallistas también ganan diploma y todos llegaron en tiempos diferentes, ¿de cuántas maneras se puede premiar a los atletas?
NOTA: *Cada diploma indica la posición de llegada.*

(a) $11!$ (b) 165 (c) $165 \times 11!$ (d) $165 \times 8!$