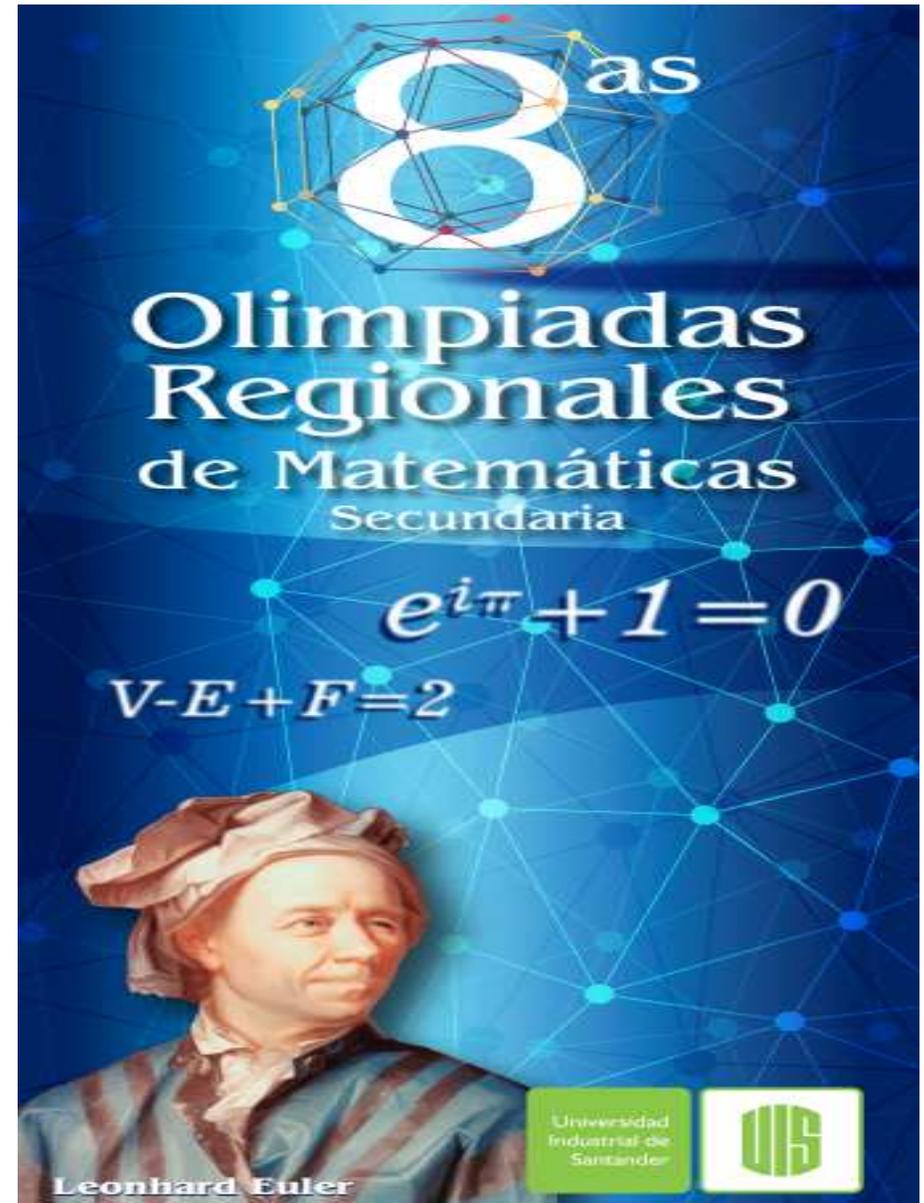




## INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

# Prueba Final Nivel Medio



Universidad Industrial de Santander

<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>  
[olimpiadas@matematicas.uis.edu.co](mailto:olimpiadas@matematicas.uis.edu.co)



Síguenos en Facebook:

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

## PRUEBA FINAL NIVEL MEDIO

1. Sean  $a_1, a_2, a_3$  y  $a_4$  los primeros términos de una progresión aritmética, tales que  $a_1, a_2, a_4 + 12$  forman una progresión geométrica. Si  $a_1 = 6$  y  $a_2, a_3$  y  $a_4$  son positivos, ¿cuáles son todos los posibles valores para  $a_3$ ?

**Nota:** Una **progresión aritmética** es una sucesión de números, tales que cada término (salvo el primero  $a_1$ ) es el término anterior más un número  $d$  fijo llamado **diferencia**. De modo que el término general es de la forma  $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$ . Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término (salvo el primero  $a_1$ ) se obtiene multiplicando al anterior una cantidad fija  $r$  llamada **razón**. De modo que el término general es de la forma  $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ .

2. ¿Cuál es el residuo al dividir  $1 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + 5^6 + 6^6$  entre 7?

3. Sean  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  segmentos que se intersectan en el punto  $E$ . Suponga que el circuncentro de  $ABC$  es el mismo de  $CDA$ . Demuestre que  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  dividen al cuadrilátero  $ACBD$  en dos pares de triángulos semejantes entre sí.

4. ¿Cuántos números de seis cifras distintas terminan en 20 y la suma de cualesquiera dos cifras consecutivas es un número primo?

5. Sea  $A = \{a \in \mathbb{R} : -1 < a < 1\}$  y considere sobre  $A$  la operación  $\clubsuit$  dada por:

$$a \clubsuit b = \frac{a + b}{1 + ab}.$$

Escriba verdadero (V) o falso (F) a las siguientes afirmaciones y justifique.

- (a)  $\clubsuit$  es conmutativa, 0 es el elemento identidad y  $-a$  es el inverso de  $a$  bajo  $\clubsuit$ .
- (b)  $\clubsuit$  no es asociativa, 0 es el elemento identidad y  $\frac{1}{a}$  es el inverso de  $a$  bajo  $\clubsuit$ .

6. En la siguiente figura, las alturas de los triángulos  $ABF$  y  $CDF$  respecto a sus bases paralelas  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  miden  $2 \text{ cm}$  y  $4 \text{ cm}$  respectivamente. Además,  $I$  y  $E$  son puntos medios de  $\overline{BC}$  y  $\overline{CD}$  respectivamente y el área del triángulo  $ICE$  es  $6 \text{ cm}^2$ . Halle el área del polígono  $ABCDF$ .

