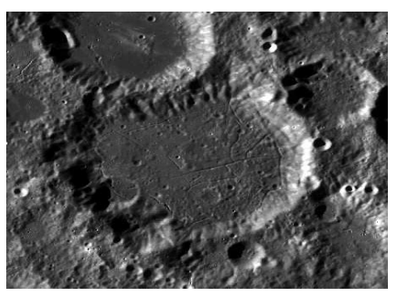
¿Sabías que algunos cráteres de la Luna tienen nombres de científicos?

La mayoría de los cráteres con nombre homenajean a personas de la vida real, como científicos y filósofos, pero también hay algunos dioses y diosas, así como criaturas mitológicas. Platón (filósofo), Galileo Galilei (astrónomo) e Isaac Newton (matemático) son algunos de los pensadores notables inmortalizados con un cráter en su honor.

En homenaje a **Julio Garavito,** el matemático colombiano que resaltamos en esta oportunidad en las ORM-UIS, se ha puesto su nombre a un cráter de impacto localizado en el hemisferio sur de la cara oculta de la Luna, ubicado al noroeste de la llanura de Poincaré y al oeste del cráter Chrétien.

Este cráter fue bautizado el 27 de agosto de 1970 por la Unión Astronómica Internacional, responsable de aprobar los nombres de los elementos astronómicos desde 1919, siendo uno de los pocos cráteres nombrados en honor a una persona de origen latinoamericano.



INFORMES

Escuela de Matemáticas
Olimpiadas Regionales de Matemáticas
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 ext. 2316.

Síguenos en facebook:
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese de que el cuadernillo y la hoja de respuestas que le entregan corresponden a su nivel.

2. La prueba consta de 9 preguntas: 6 de selección múltiple con única respuesta y 3 tipo ensayo. Para contestar una **pregunta de selección múltiple** rellene el círculo de la opción escogida en la hoja respuestas. Para responder una **pregunta tipo ensayo**, escriba el procedimiento y la respuesta que Ud. considere resuelve el problema, en los lugares indicados de la hoja de respuestas; exponga todas sus ideas y argumentos con la mayor claridad y sencillez posible. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto **NO** se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, etc).

4. La prueba se calificará de la siguiente manera:

- Por presentar la prueba se otorgan 6 puntos.
- En las **preguntas de selección múltiple**, cada respuesta correcta suma 5 puntos, mientras que cada respuesta **incorrecta resta** 1 **punto.** Estas preguntas incluyen la opción de respuesta "No sé", que al marcarla ni otorga ni resta puntos.
- En los **problemas tipo ensayo**, cada respuesta tendrá un valor máximo de 10 puntos. En este tipo de preguntas no hay penalización por respuestas incorrectas.

5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la **HOJA DE RESPUESTAS** con TODOS los datos diligenciados de la manera más clara posible.

7. Los resultados de esta prueba se publicarán el 10 de junio a través de la página Web http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas

8. El tiempo límite para contestar esta prueba es de 100 minutos.

Prueba Selectiva
NIVEL AVANZADO

Informes
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tels.: 6344000, ext. 2316; 6450301
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

Vicerrectoría Académica
VIGILADA MINEDUCACIÓN

,

Preguntas de selección múltiple

Problema 1. Si una solución de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

es el doble de la otra, entonces

(a) $2b^2 = 9a$

(b) $9b^2 = 2ac$

(c) $2b^2 = 9c$

(d) $2b^2 = 9ac$

(e) No sé

Problema 2. ¿Cuántas triplas (x, y, z) de enteros satisfacen que

$$\frac{5x+3}{x+5} + \frac{8y}{2y+3} + z = 2021,$$

donde las fracciones mostradas resultan en enteros?

Nota: *dos triplas de enteros* (a, b, c) *y* (x, y, z) *son iguales si y solo si* $a = x$, $b = y$ *y* $c = z$.

(a) 96 (b) 32 (c) 24 (d) 8 (e) No sé

Problema 3. Apolo construye todas las piezas triangulares posibles con perímetro $20\,cm$ cuyos lados tienen longitud entera. Luego juega a formar polígonos con ellas, juntándolas por los lados con igual longitud. ¿Cuál es mayor perímetro que puede tener un polígono construido con todas las piezas de Apolo?

(a) 70 (b) 84 (c) 90 (d) 160 (e) No sé

Problema 4. ¿Cuál es el área de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide h, si el radio del círculo inscrito mide r?

(a) $r(r+h)$ (c) $\frac{3}{2}rh$ (e) No sé

(b) $2rh$ (d) $r^2 + \frac{rh}{2}$

Problema 5. Un número deja residuo 7 cuando se divide entre 11, y 5 cuando se divide entre 10, ¿cuál es el residuo cuando se divide entre 110?

(a) 15 (b) 35 (c) 95 (d) 12 (e) No sé

Problema 6. Javier escribe los números 2, 3, 5 y 7, en este orden y en sentido horario, sobre una circunferencia. Luego construye una sucesión de números con las siguientes reglas:

(i) el número en la posición n tiene n cifras, enumeradas de derecha a izquierda.

(ii) la primera cifra de cada número, es el residuo que se obtiene al dividir entre 10, el menor número sobre la circunferencia elevado a la posición de la cifra.

(iii) cada cifra, salvo la primera, es el residuo que se obtiene al dividir entre 10, el siguiente número del que se tomó para la cifra anterior (desplazándose en sentido horario sobre la circunferencia) elevado a la posición de la cifra actual.

Los primeros términos de la sucesión de Javier son:

$$2,\ 92,\ 592,\ 1592, \ldots$$

¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a la diferencia entre el número en la posición 564 y el número en la posición 128 de la sucesión de Javier?

(a) 2^{436} (b) 2^{515} (c) 2^{128} (d) 2^{131} (e) No sé

Problemas tipo ensayo

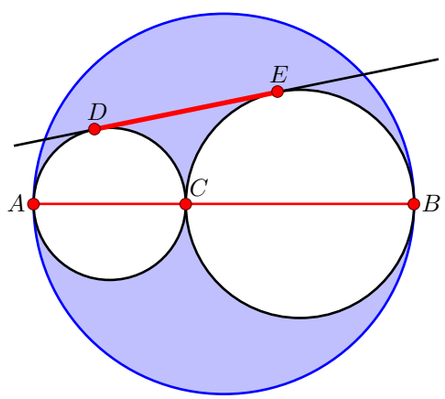
Problema 7. Una **progresión aritmética** es una sucesión de números tal que cada término (salvo el primero a_1) se obtiene sumando al término anterior un número fijo d, llamado **razón.** De modo que el término general es de la forma $a_n = a_1 + (n-1) \times d$. Por ejemplo, la siguiente sucesión es una progresión aritmética, con término inicial 5 y razón 2:

$$a_1 = 5,\ \ a_2 = 7,\ \ a_3 = 9,\ \ a_4 = 11, \ldots, a_n = 5 + 2(n-1)$$

(a) Hallar el décimo término de una progresión aritmética, sabiendo que la suma de sus n primeros términos es $n(n+7)$.

(b) Una progresión aritmética cumple que el término en la posición k es t, mientras que el término en la posición t es k. Determinar la razón de esta progresión.

Problema 8. En la siguiente figura las tres circunferencias tienen un diámetro sobre $\overline{AB}$, mientras que A, B, C, D y E son puntos de tangencia. Si $DE = 8\,cm$, ¿cuál es el área sombreada?



Problema 9. Sea $N = \dfrac{\overline{ab}^2 - \overline{ba}^2}{a+b}$, donde $\overline{ab}$ denota al número de dos cifras con b unidades y a decenas, y $\overline{ba}$ al número de dos cifras con a unidades y b decenas.

(a) Probar que N siempre es un entero.

(b) ¿Cuál es la mayor cantidad de divisores positivos que puede tener N?