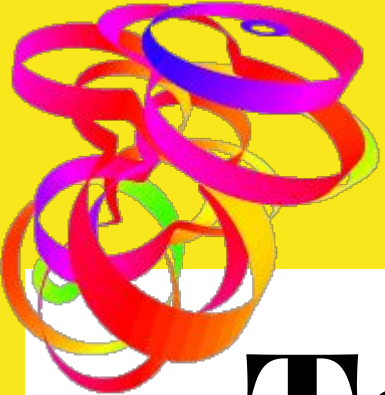


18/09/2025



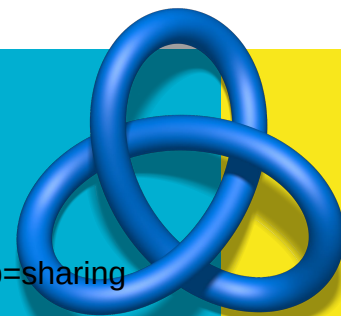
Teoría de nudos

Matemáticas entrelazadas

Círculos matemáticos - UIS

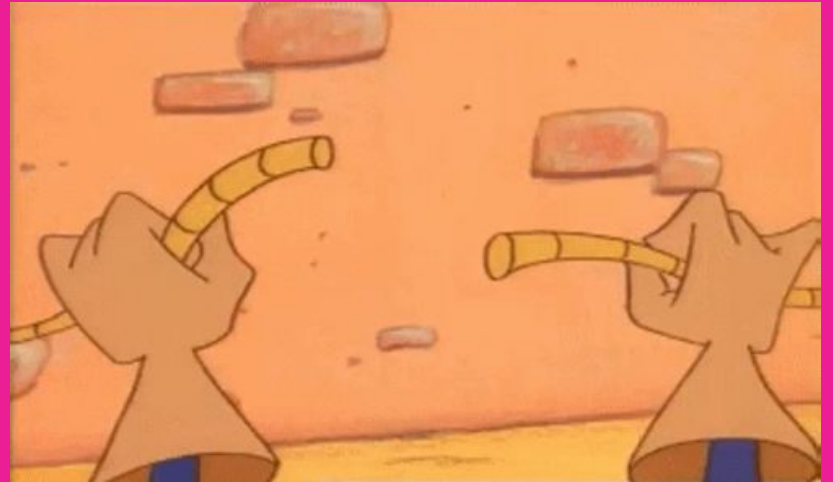
Versión animada:

docs.google.com/presentation/d/1x5xEZHdt1DYqFBRvWN_z1gqyA1WhjbM3YyfG87vny0M/edit?usp=sharing



¿Qué es un nudo?

👉 En la vida diaria: enredos en cuerdas, cordones y nudos marineros/scout.



Problemas

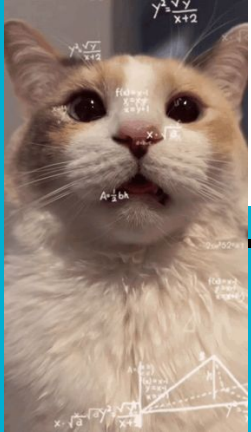
con nudos en la vida real



- ¿Cuál es el mejor amarre?
 - ¿Cuál se puede deshacer más fácil?
 - ¿Cómo se deshace un nudo que se ha hecho por error?
 - ¿Cuál nudo se ve mejor?
-



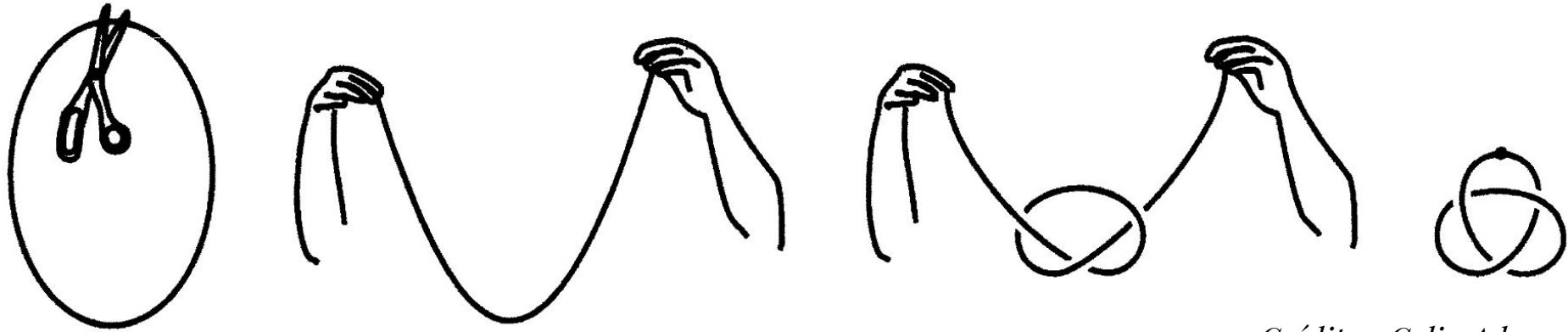
¿Y qué tienen que ver con
matemáticas?





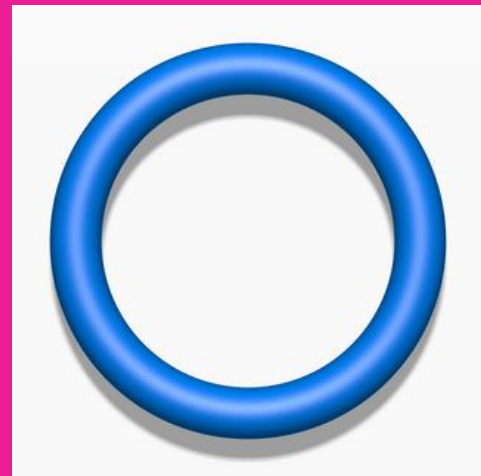
Un **nudo matemático** es una **curva cerrada** en el espacio (una cuerda cerrada sobre sí misma).

¿Cómo hacer un nudo matemático?

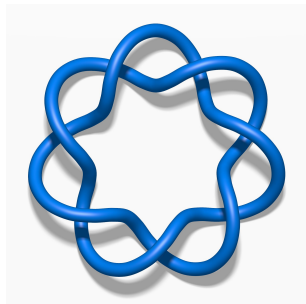
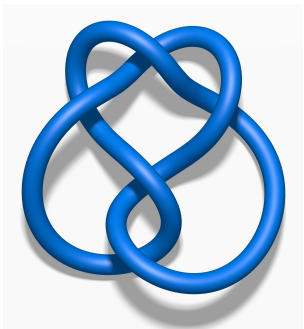


Créditos: Colin Adams

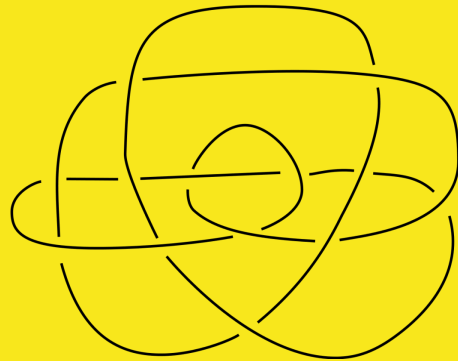
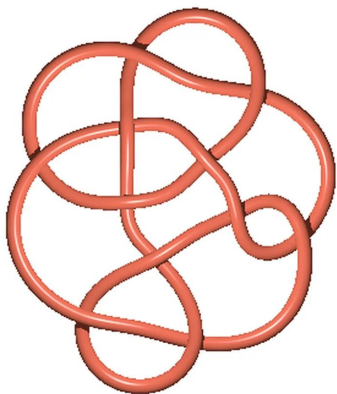
El ejemplo más
obvio de nudo
es...



El lazo
Nudo desamarrado
Nudo trivial



Pero hay más nudos



Nudo trébol



Creemos un *nudo trébol*

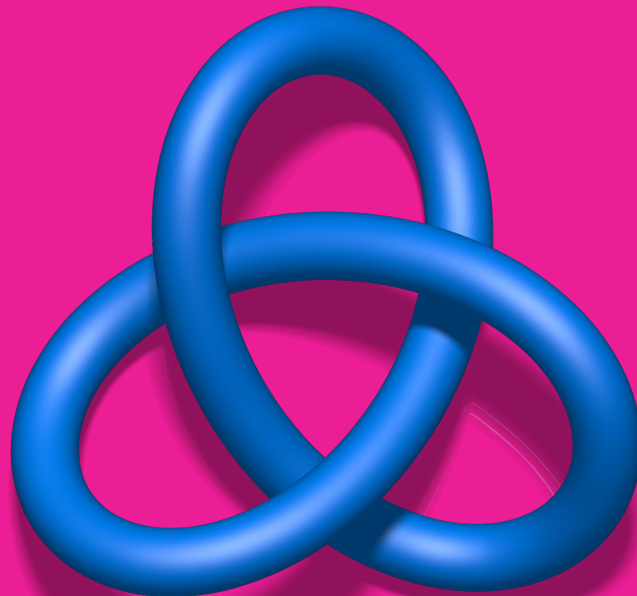


Procedimiento



¿Lo lograste?

Nudo trébol



La mente matemática: *hacer lo complicado más simple*

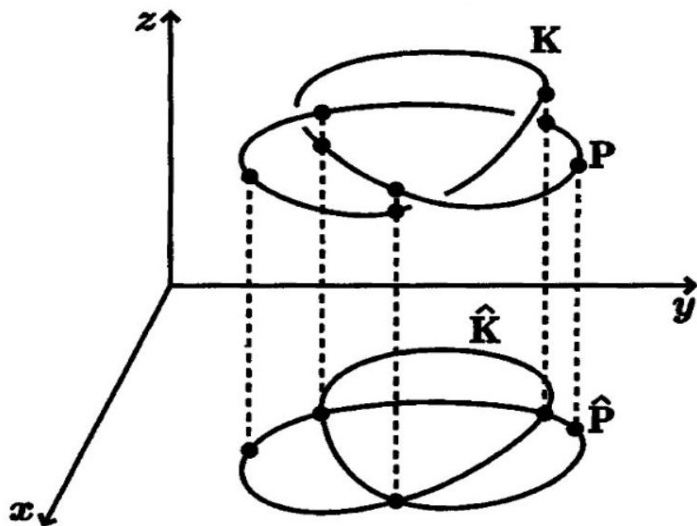
(así la respuesta sea complicada...)





Un nudo se puede **representar**, en el papel, mediante una **proyección**.

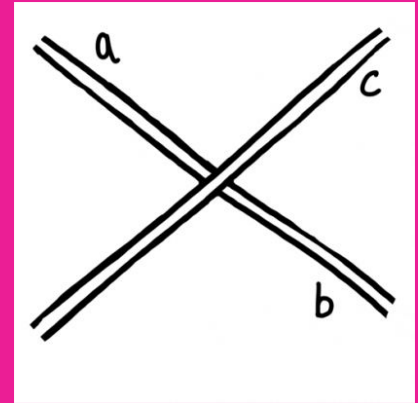
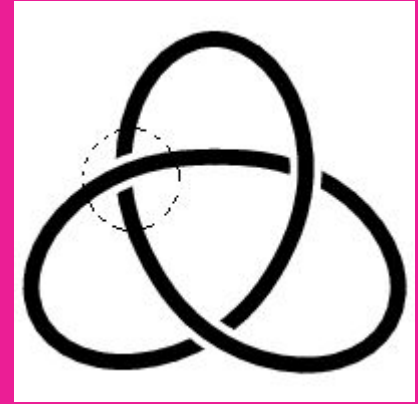
¿Cómo hacer una proyección?

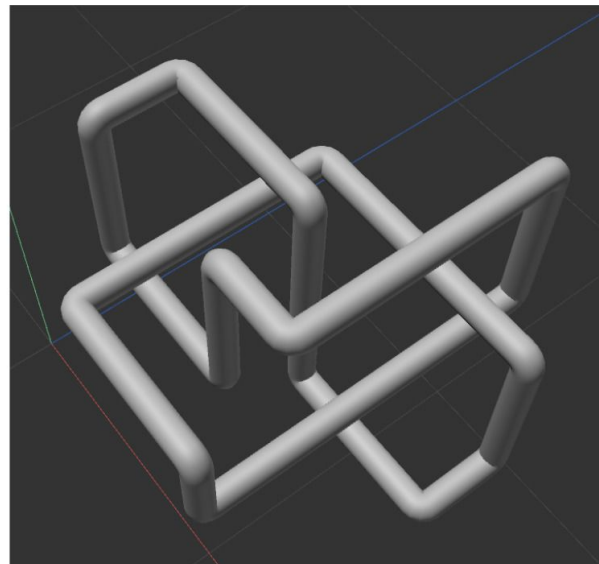
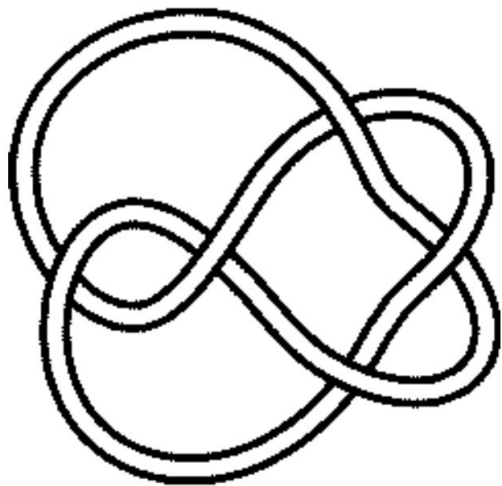


1. Tome el nudo en el **espacio**.
2. Considere la sombra que hace este sobre un **plano** (por ejemplo, una hoja de papel).
3. La sombra que se obtiene al hacer esto para un nudo es lo que se llama su **proyección o diagrama**.

¡Cuidado!

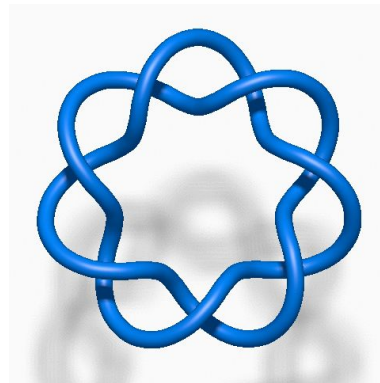
Los cruces se deben representar de tal forma que sea claro qué parte del nudo pasa por encima y por debajo.



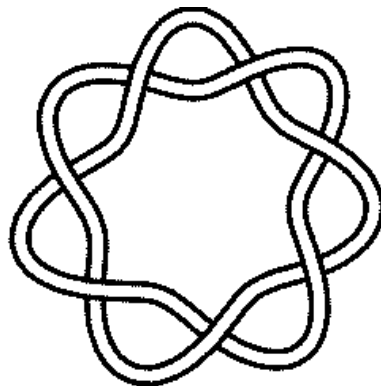


¡De una proyección se puede recuperar el nudo!

3D = Nudo



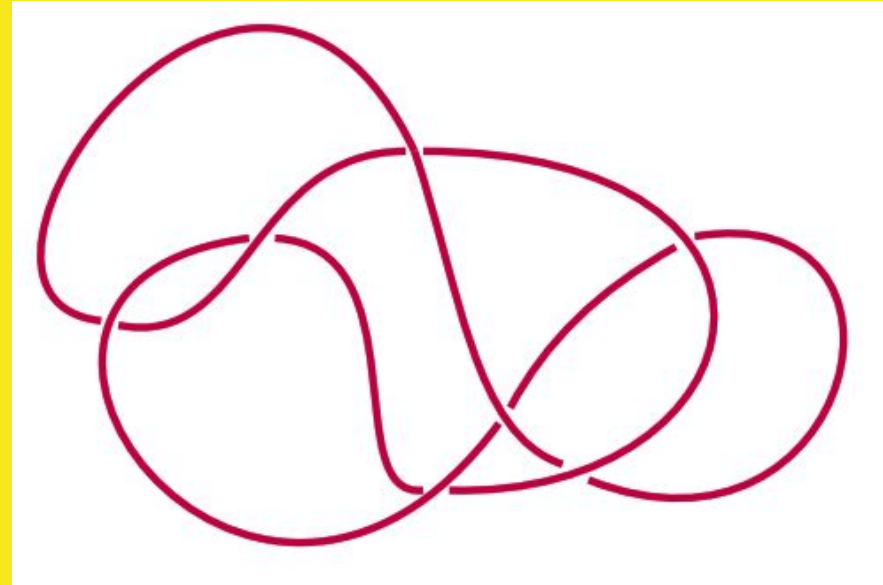
¡Cuidado con la diferencia!



2D = Proyección
del nudo

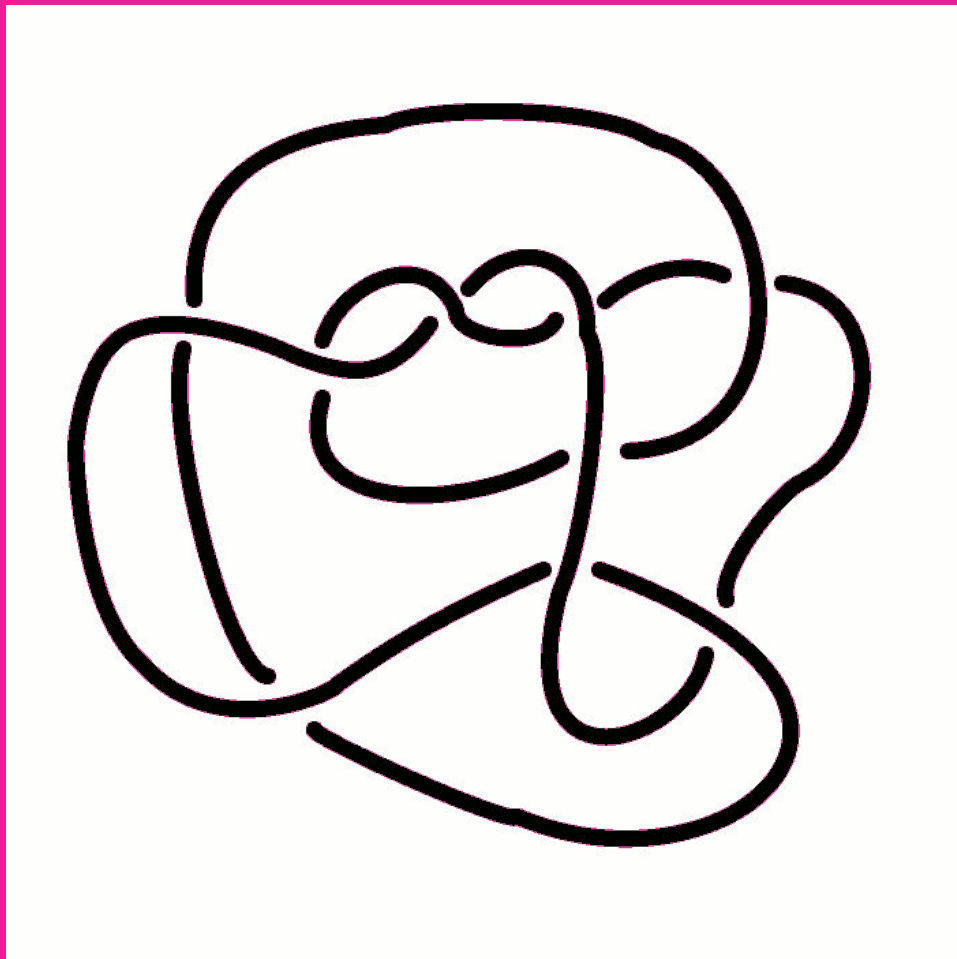
Recrea este nudo matemático

Toma un punto fijo de la *proyección dada* y recrea desde allí, teniendo cuidado con los cruces.



Créditos: Gerson Gutiérrez

Deforma tu nudo
con las manos
(sin romper ni
cortar la cuerda) y
obtén el lazo 🤯



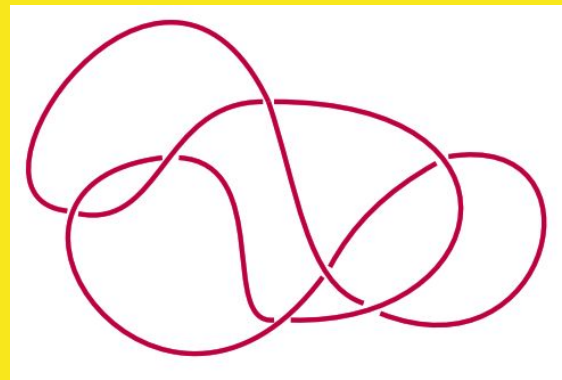


Obstrucción:

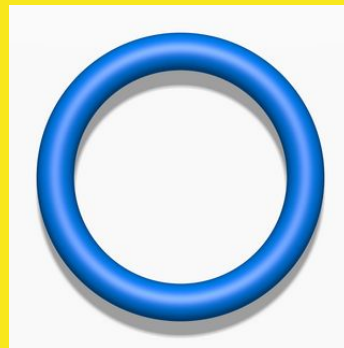
*dos **proyecciones** pueden
representar **el mismo nudo***

¿Cuándo dos nudos son *equivalentes*?

Diremos que dos nudos son **equivalentes** si puedo llegar del uno al otro por medio de **hacer deformaciones con las manos** sin romper la cuerda.

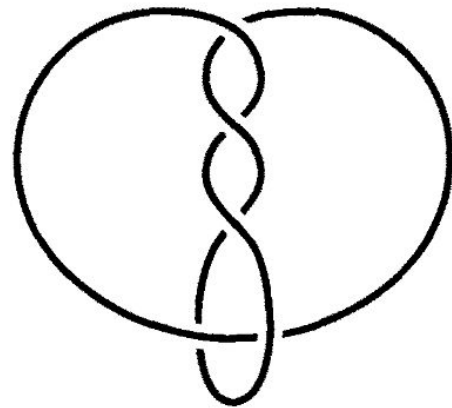
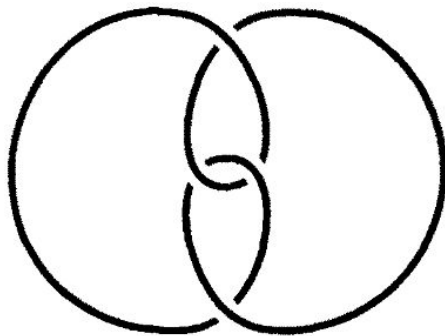
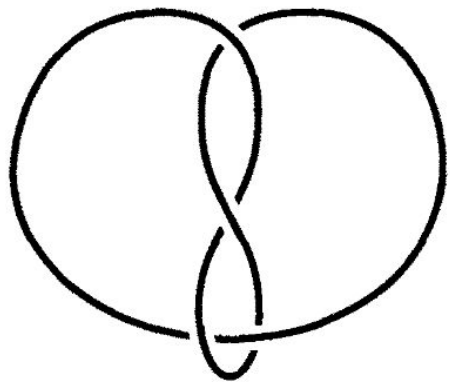


es *equivalente* a



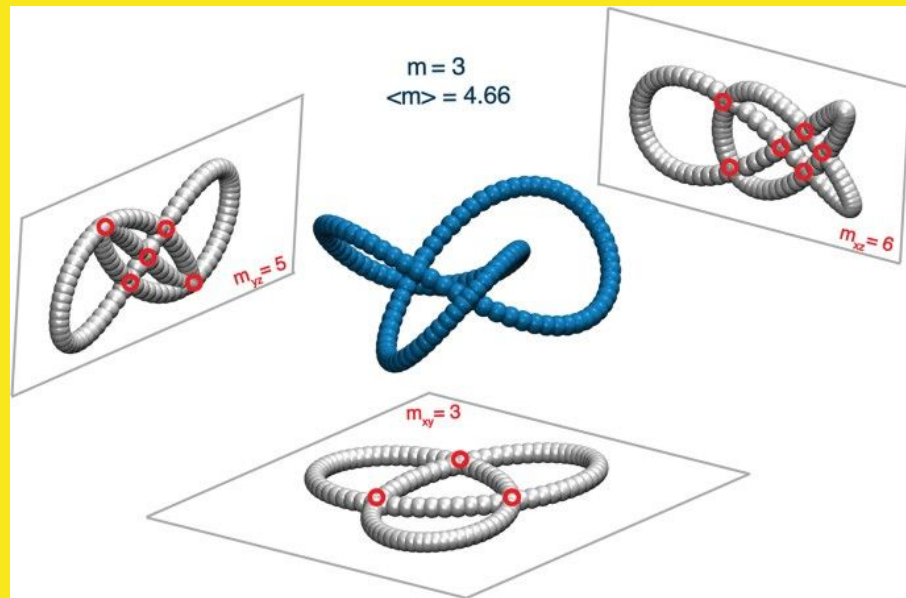
—

Estos tres nudos son *equivalentes*:



Créditos: Colin Adams

¿Por qué dos
proyecciones del
mismo nudo se
pueden ver tan
distintas?

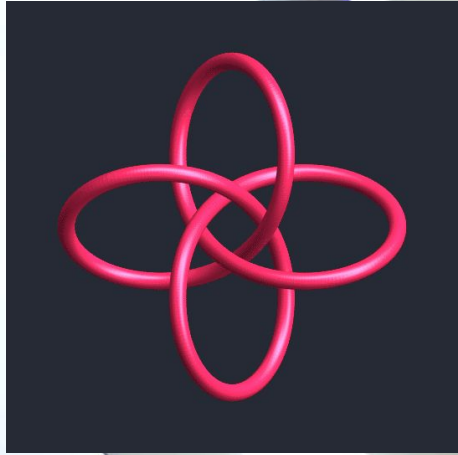


Créditos: Fernando Vargas–Lara et al.

Topología

Estudio de objetos que se ven distinto
pero representan lo mismo.





Teoría de nudos

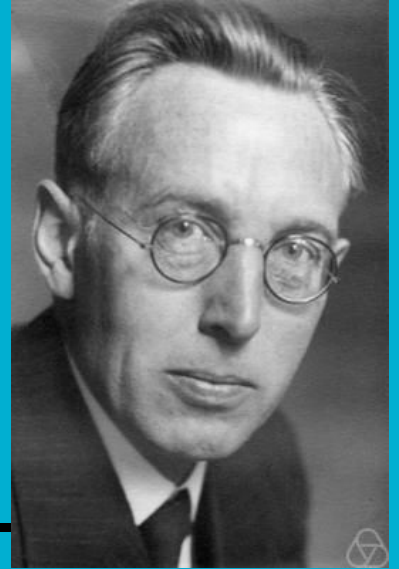
Estudio **topológico** de los **nudos**
matemáticos y sus equivalencias.



Kurt Reidemeister

(1893–1971)

El matemático de los nudos

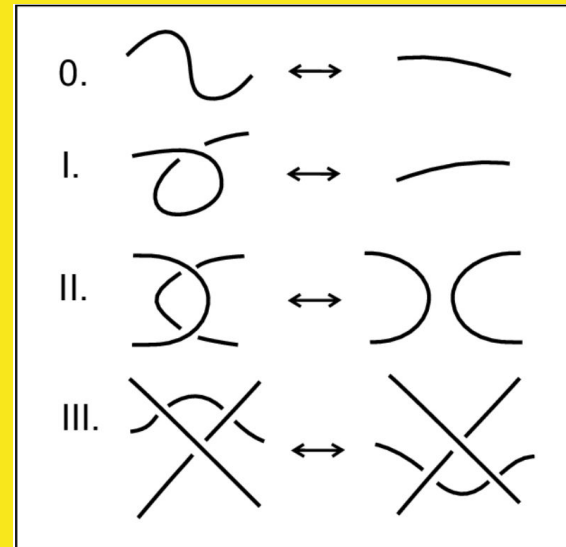


Teorema de Reidemeister

¿Cómo saber si dos nudos son *equivalentes*?

¡Usando los movimientos de Reidemeister!

Dos nudos son equivalentes **única y exclusivamente** si la proyección de uno puede ser transformada en la proyección de otro aplicando uno o más de los siguientes movimientos:



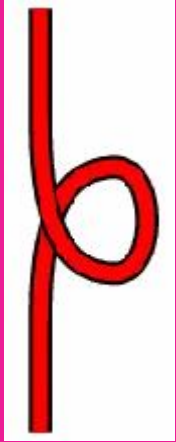
Isotropía

Giro

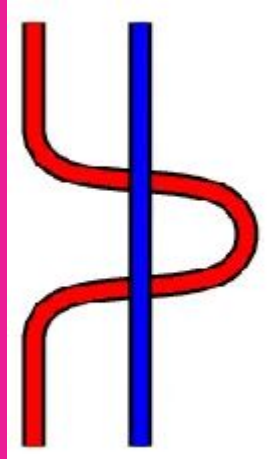
Empuje

Deslizar

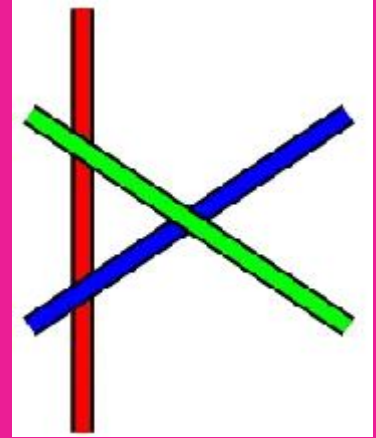
¡Movimientos de Reidemeister!



Tipo 1
Giro

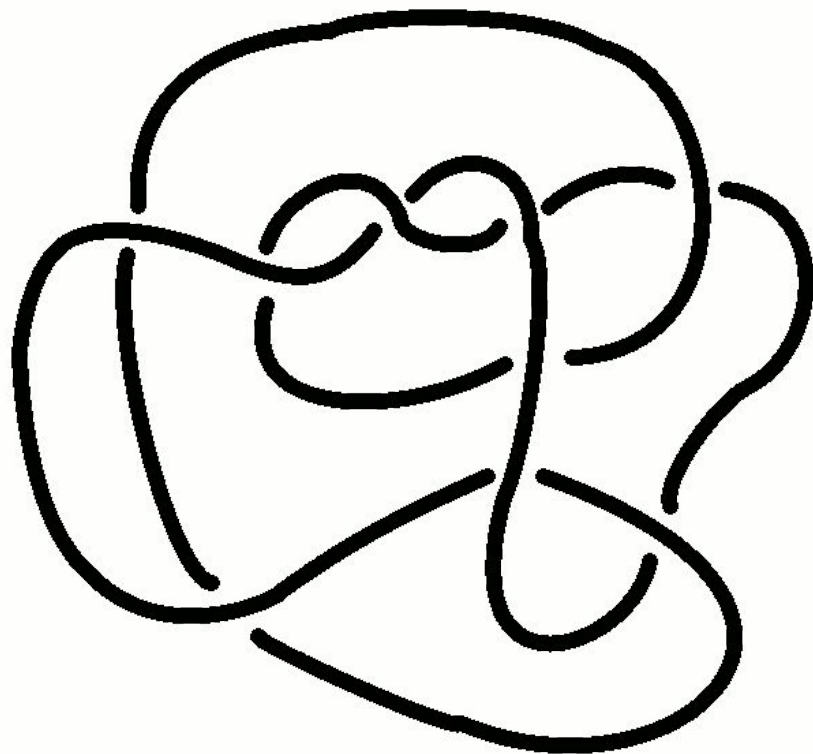


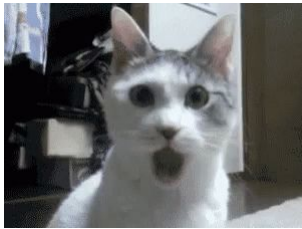
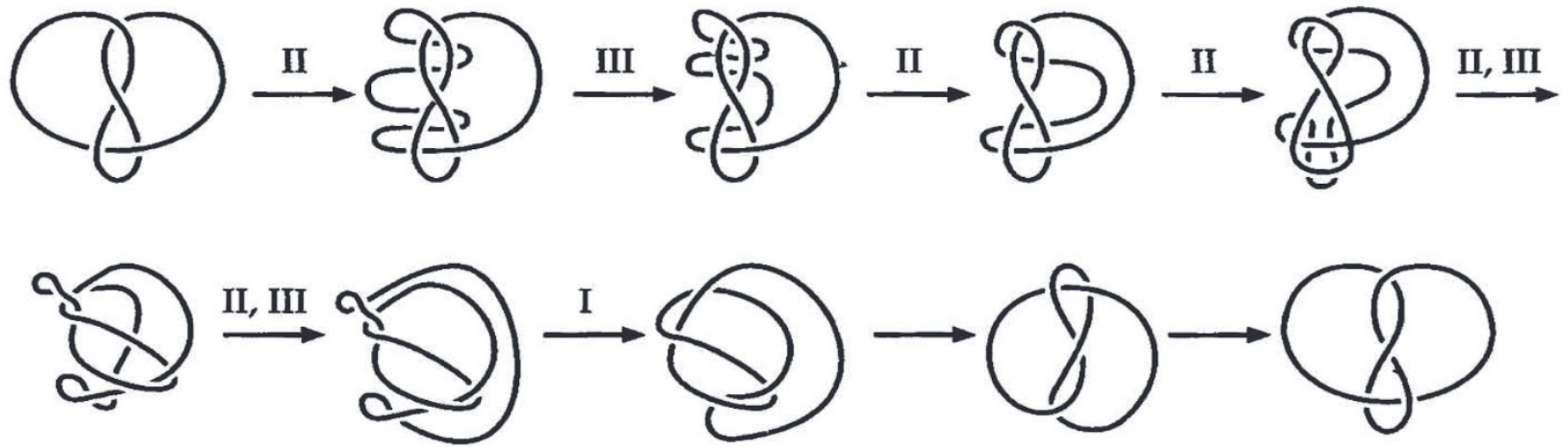
Tipo 2
Empuje



Tipo 3
Deslizar

**Teorema de
Reidemeister en
acción**



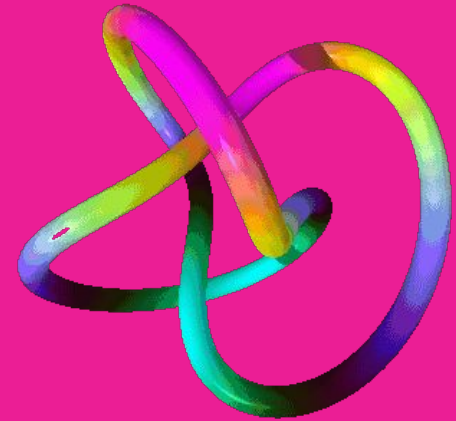


No siempre es tan obvia la cadena de movimientos



¿Cómo garantizamos que, por ejemplo, el trébol no es equivalente al lazo?

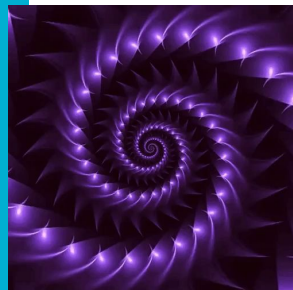
Puede que solo no hayamos encontrado cómo desatarlo con los movimientos...



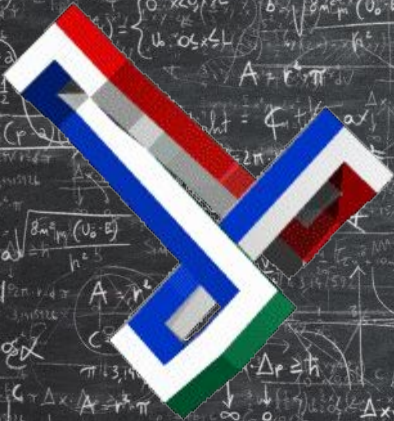
¿Cómo saber que *realmente es imposible*?



Invariantes: las huellas dactilares de un nudo



Un *invariante de nudos* es una propiedad que se **preserva** en las proyecciones cuando le aplicamos uno o más movimientos de Reidemeister

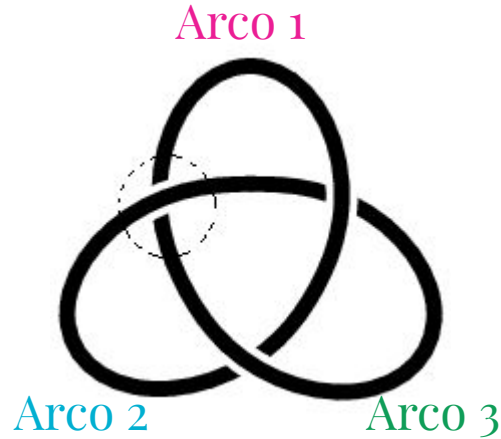


¿Para qué son los invariantes?

¡Para diferenciar!

Si dos nudos poseen **distinto valor para algún invariante**, **NO pueden ser equivalentes**, ya que el valor se debería haber **preservado** entre proyecciones con movimientos de Reidemeister.

En el diagrama de un nudo, a cada uno de los trazos continuos lo llamamos un arco.



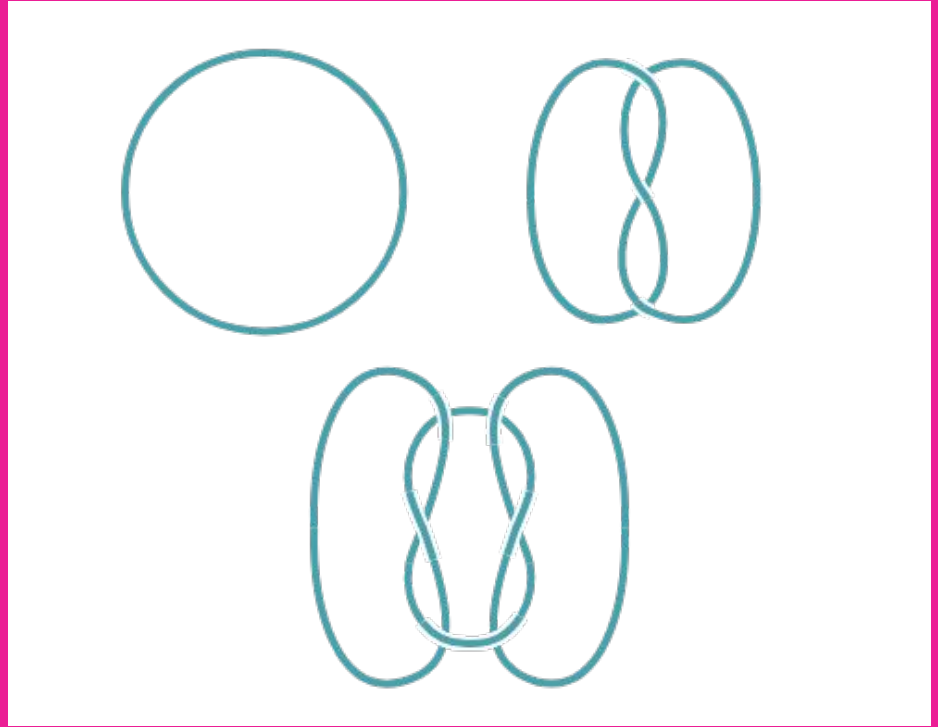
En cada cruce se juntan exactamente tres arcos.

Este diagrama del nudo trébol tiene:

3 arcos

3 cortes

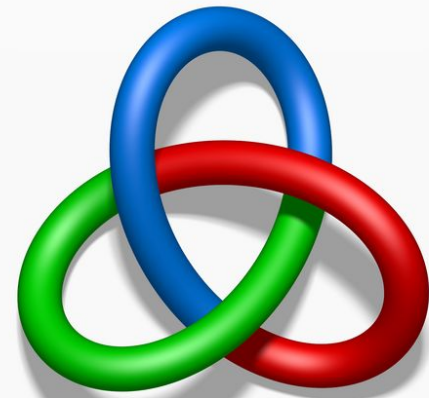
¿Cuántos **arcos**
y **cruces** tienen
estos diagramas
de nudo?



Toma tres colores. Un nudo es **tri-coloreable** si se pueden pintar los arcos del diagrama de tal forma que se cumplan las siguientes condiciones:

1. Se deben usar **al menos dos colores,**
2. En cada cruce, los tres arcos presentes deben, o bien estar **todos pintados del mismo color,** o bien **cada uno de un color distinto.**

Se puede tricolorear
el nudo trébol



¡No son equivalentes!

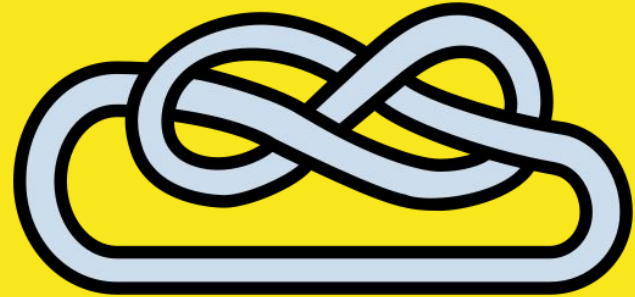
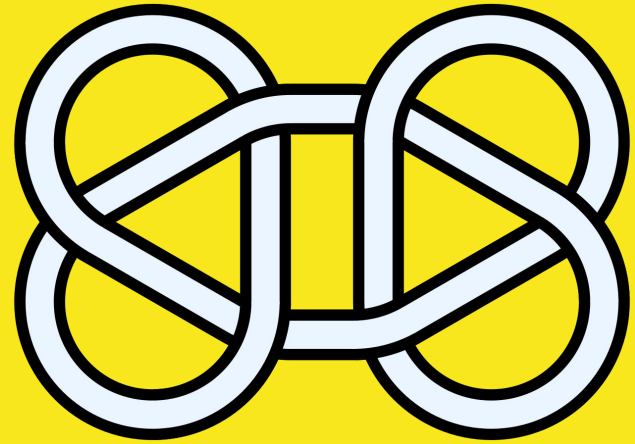


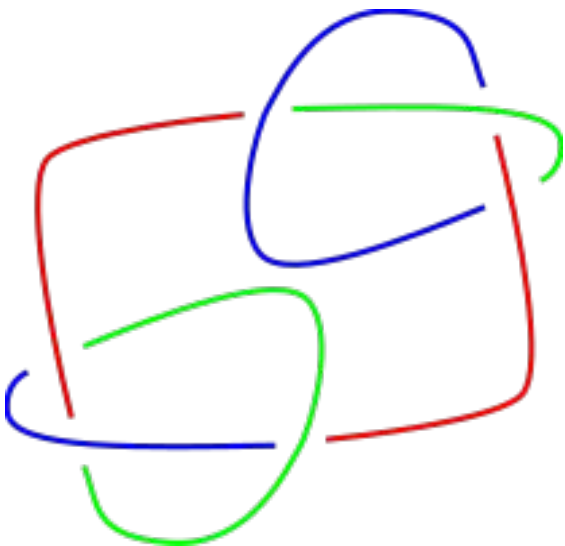
NO se puede
tricolorear el lazo

Tricoloriemos

Recuerda:

1. Debes usar **al menos dos colores** para pintar los arcos de la proyección,
2. En cada cruce, los tres arcos presentes deben, o bien estar **todos pintados del mismo color**, o bien **cada uno de un color distinto**.



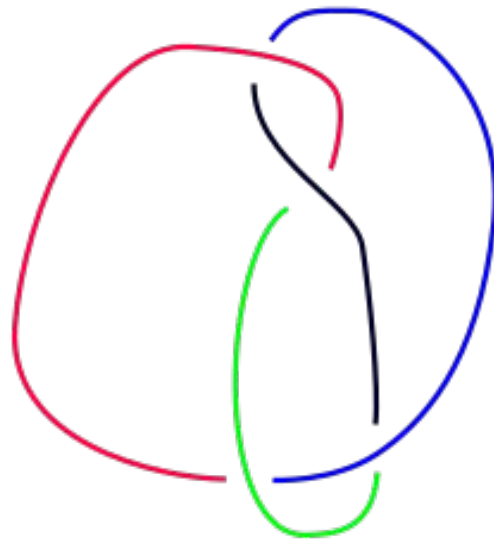


嗯
嗯

yes



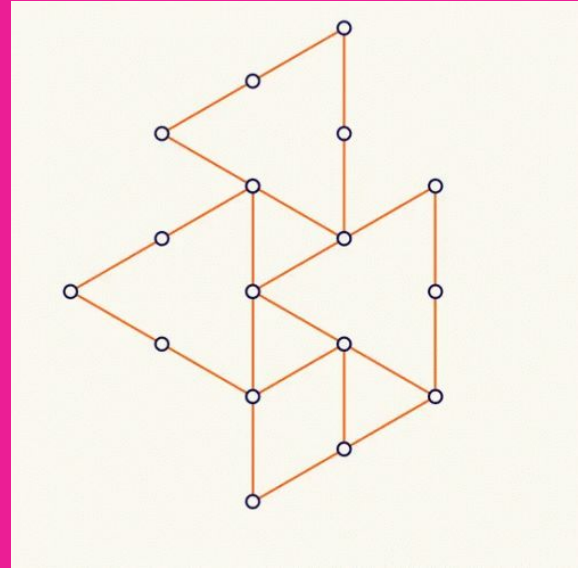
Nudo de
la abuela



Nudo en 8

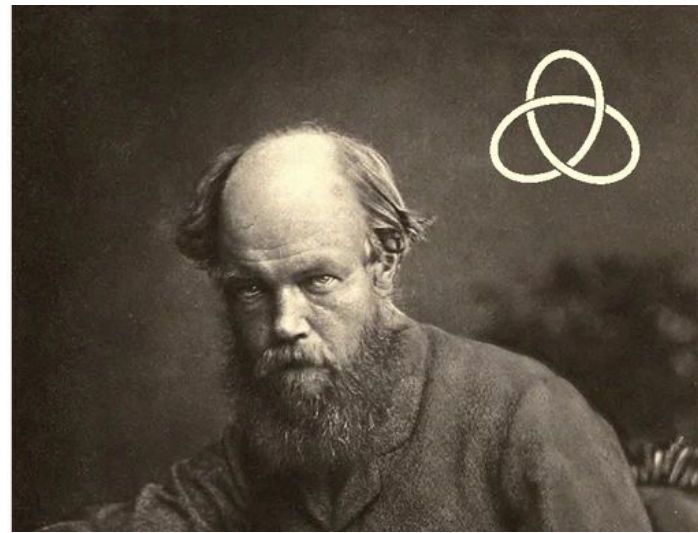


Hay más invariantes
de nudos que
requieren
matemáticas
avanzadas

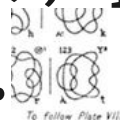


Dato curioso:
*los nudos como teoría del
universo*





Peter Guthrie Tait en 1867 se propuso una tarea: clasificar todos los nudos (no equivalentes), por su número de arcos, cruces, etc.



Yours truly
P.G. Tait.

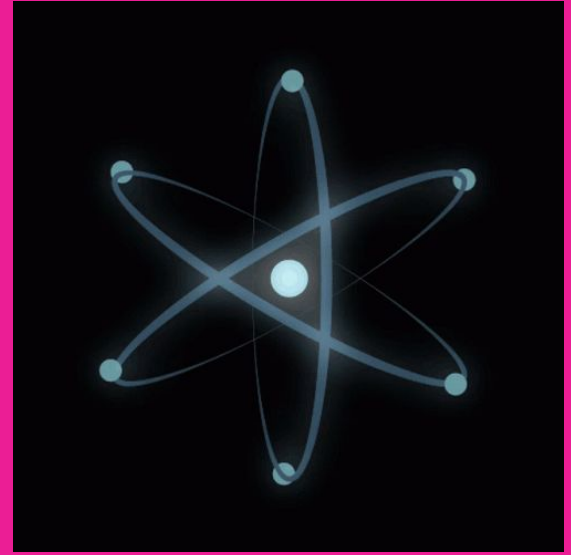
Tait creía que los
elementos químicos
eran nudos que
vibraban en el éter

¡Y clasificar los nudos era,
para él, clasificar todos los
elementos de la tabla
periódica!



—

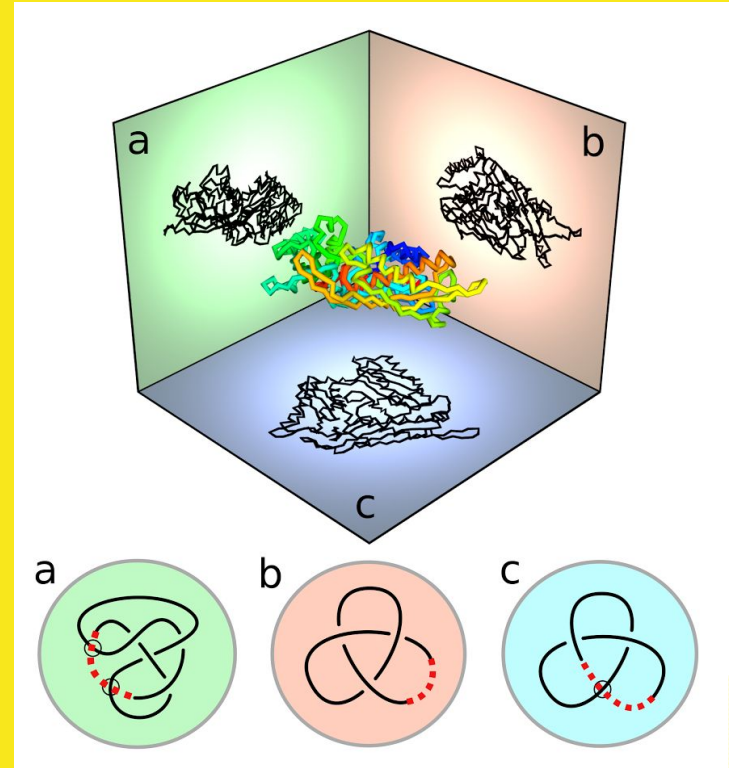
Esto resultó ser falso.
Actualmente se sabe
que los elementos se
describen con átomos
y el éter no existe.



Pero el trabajo de
Tait fue de los
primeros que habló
sobre teoría de
nudos.

¡Hoy en día se siguen usando mucho los nudos matemáticos!

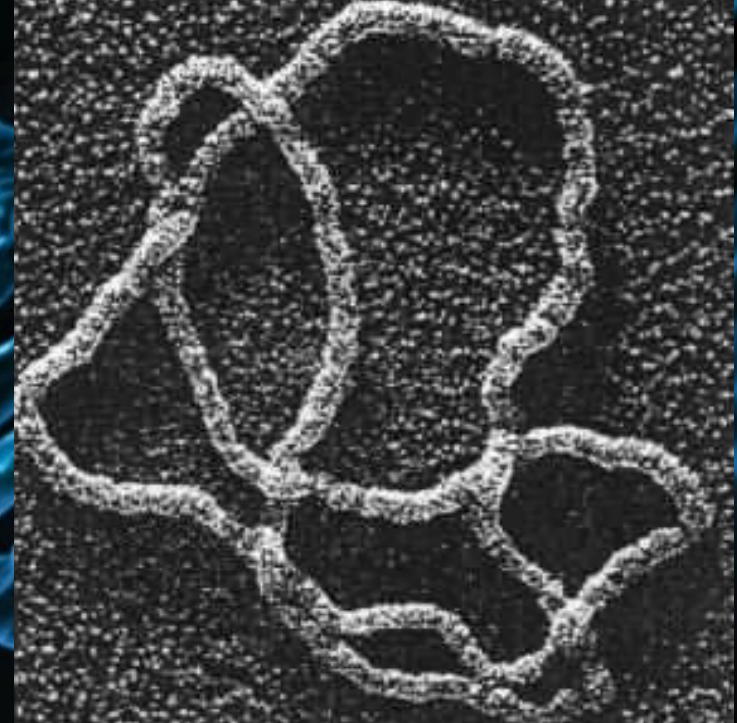
Hay muchas aplicaciones en la vida real: química, biología, etc.



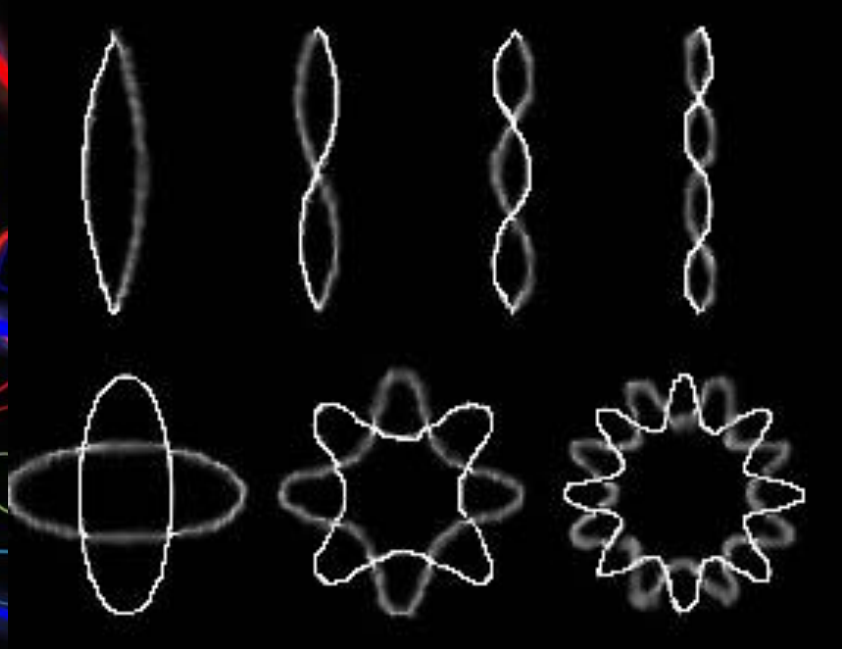
Créditos: K. Alexander et al. (2017)

El ADN es la información genética que está en cada célula de tu cuerpo y dice cómo hacerte a ti: el color de tu pelo, tu altura, etc.

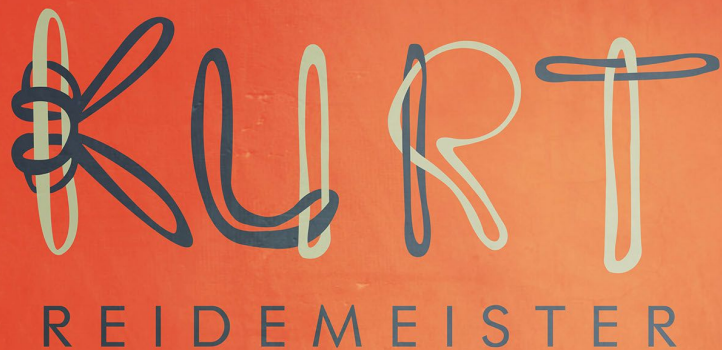
¡Es un nudo!



Créditos: Simon (2012)



La **teoría de cuerdas** propone que todo en el universo, incluyendo las **partes del átomo** (*electrón, neutrón, positrón*), está hecho de diminutas cuerdas de energía que vibran.



FATHER OF THE REIDEMEISTER MOVE

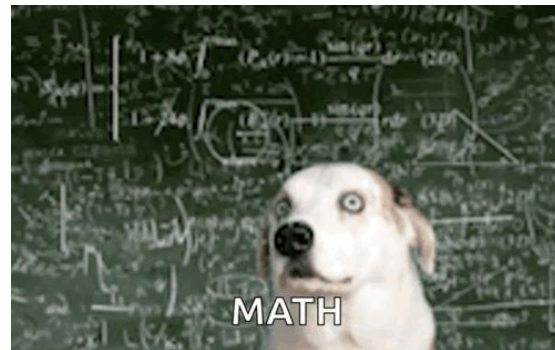


Referencias y créditos imágenes

- **Gutiérrez** - Los nudos, una divertida forma de hacer matemática (2019)
- **Adams** - The Knot Book (2004)
- **Wildstrom** - Knots, trivial and otherwise (2021). Disponible en: <https://mathemalchemy.org/2021/03/04/knots-trivial-and-otherwise/>.
- **Richeson** - Why Mathematicians Study Knots (2022). Disponible en: <https://www.quantamagazine.org/why-mathematicians-study-knots-20221031/>.



Créditos: Mathematicalchemy



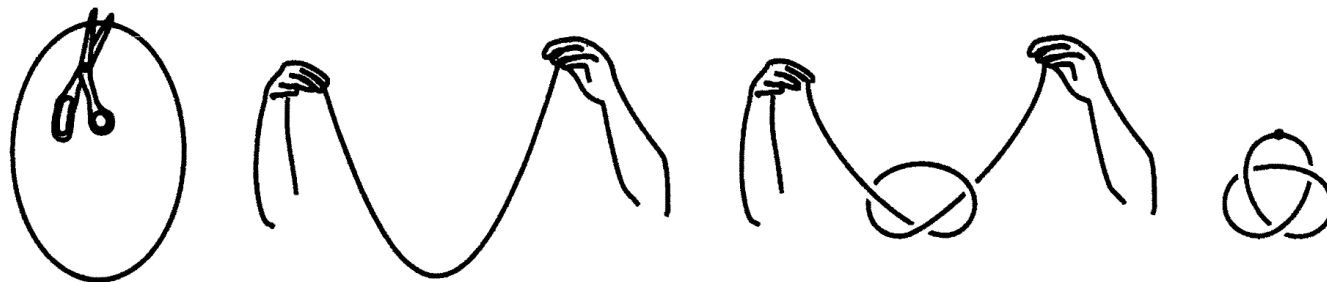
¡Muchas gracias!

Fabio Calderón
facalmat@uis.edu.co

Actividad 1

¡Arma tu nudo trébol!

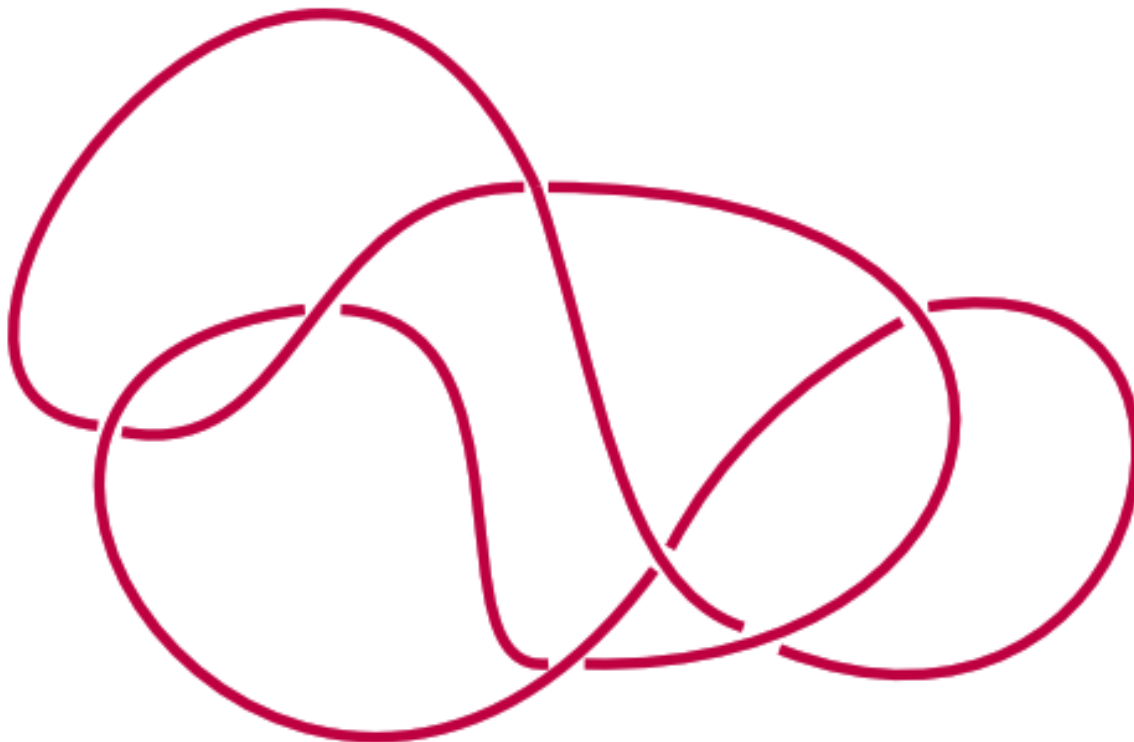
[Usa las cuerdas y la cinta para cerrar el nudo]



Actividad 2

Recrea un nudo desde su proyección

[Usa las cuerdas y la cinta para cerrar el nudo]



Actividad 3

¿Cuántos arcos y cruces tienen estos nudos?

[Recuerda: Cruces = cortes y arcos = trazos continuos (sin cortes)]



Actividad 4

¡Tricoloriemos!

[Intenta colorear (máximo 3 colores) los arcos de los siguientes nudos con las condiciones: (1) debes usar al menos dos colores, y (2) en cada cruce, los tres arcos presentes deben, o bien estar todos pintados del mismo color, o bien cada uno de un color distinto.]

