



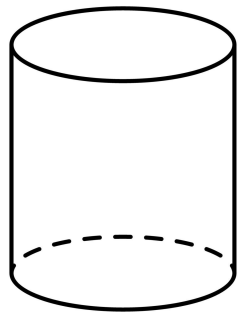
Cinta de Möbius

Nuevas ideas pueden surgir al cambiar
nuestro punto de vista



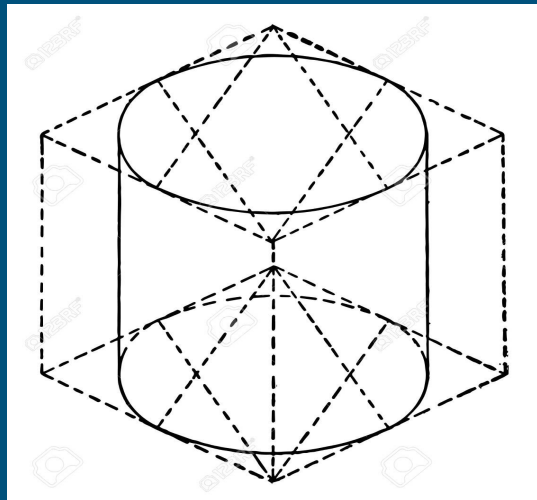
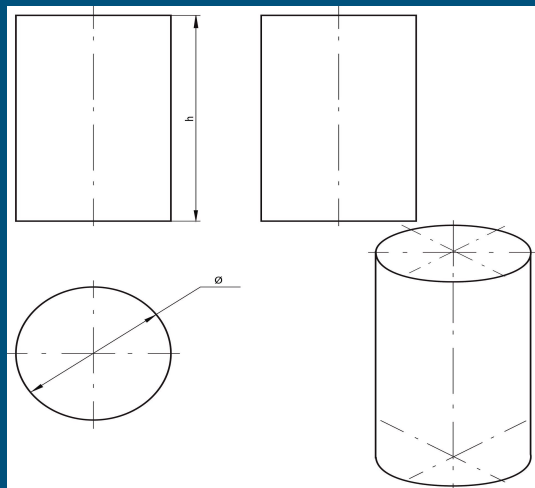
¿Qué figura geométrica son estos anillos de la serie Halo?





Podemos representar el cilindro con un dibujo en 2 dimensiones, parecido a estos.

¿Serán estas las únicas maneras?





Imagina que eres el encargado de explorar el anillo, pero debido a interferencias en los aparatos electrónicos debes hacerlo con lápiz y papel.

¿Cómo podrías dibujar un mapa?

Ubicamos nuestra base y
caminamos hacia atrás de
esta, llegando a un borde.





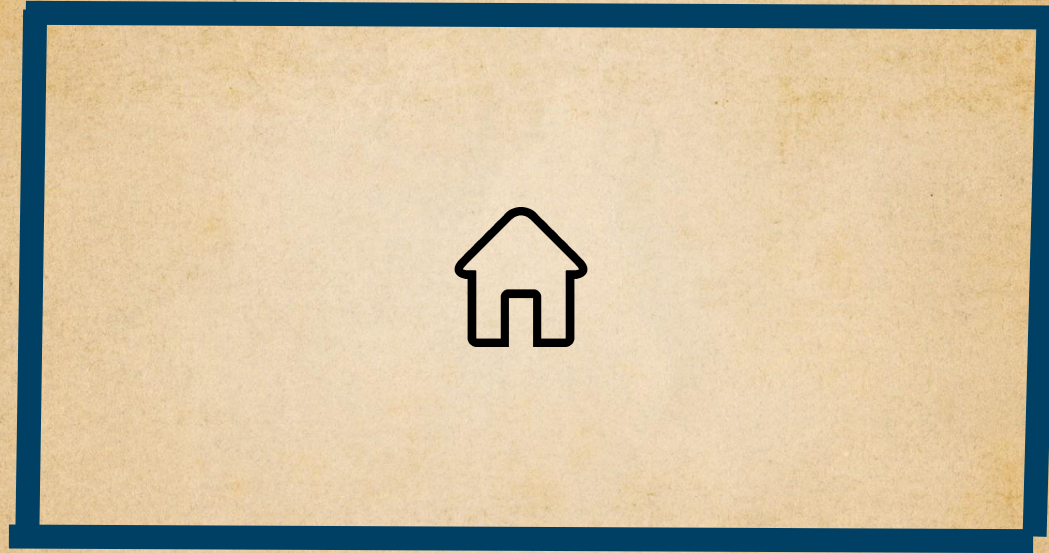
Al otro día caminamos hacia
al frente de la base llegando,
de nuevo, a un borde.



Finalmente caminamos hacia un lado de la base y tras mucho tiempo volvemos a ella. Lo cual indica que la distancia es finita.



Las nuevas líneas cumplen con indicar que la distancia es finita, pero hacen parecer que hay bordes a los lados de la base.

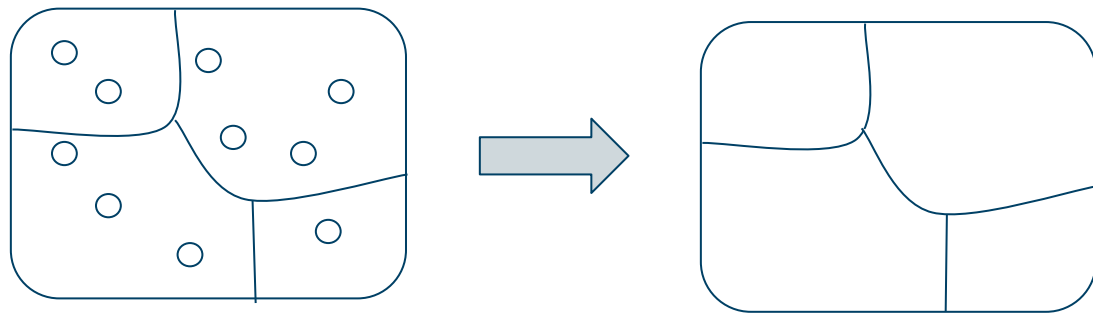


De alguna manera debemos indicar que las líneas laterales no son bordes, sino que están “pegados”.

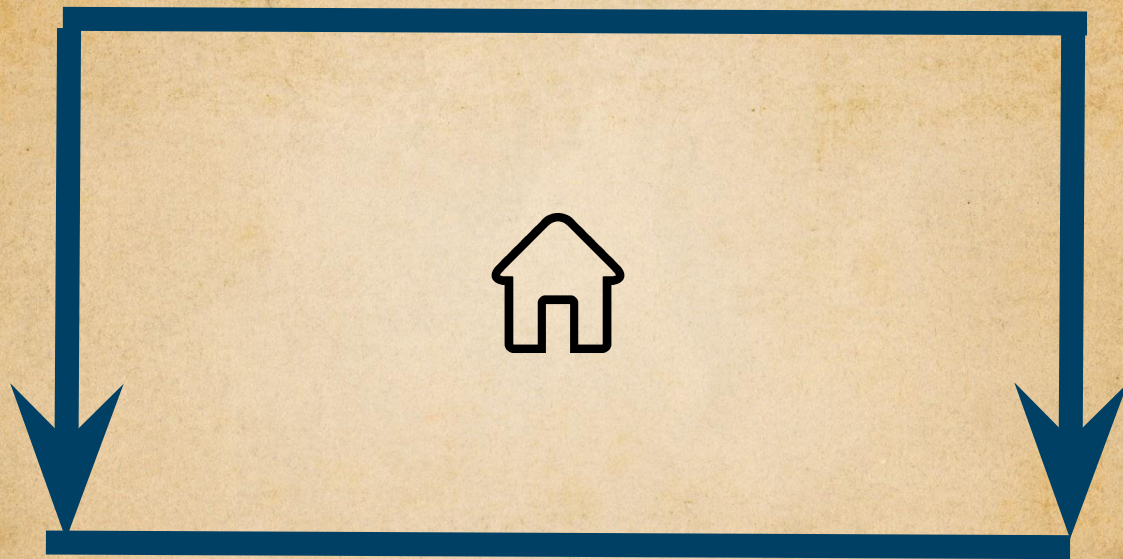


Cocientes

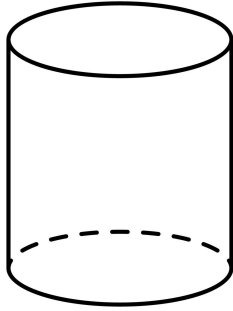
En un conjunto podemos agrupar a los elementos de tal manera que obtenemos un nuevo conjunto donde cada grupo es un solo elemento, es decir, varios elementos se han “fusionado” en uno solo.



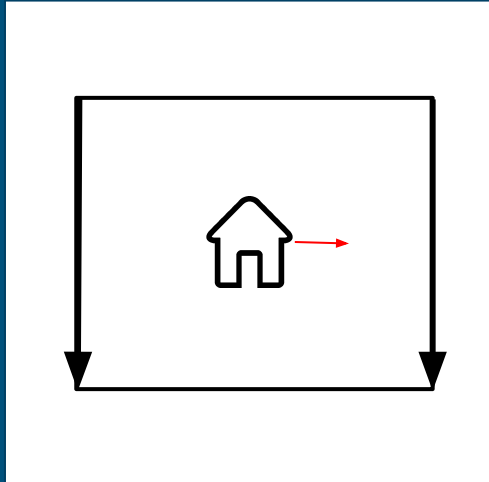
Cada punto de una flecha se identifica (“fusiona”) con un punto de la otra flecha, siguiendo la dirección de estas.



Ahora tenemos al menos dos formas de representar un cilindro en dos dimensiones.



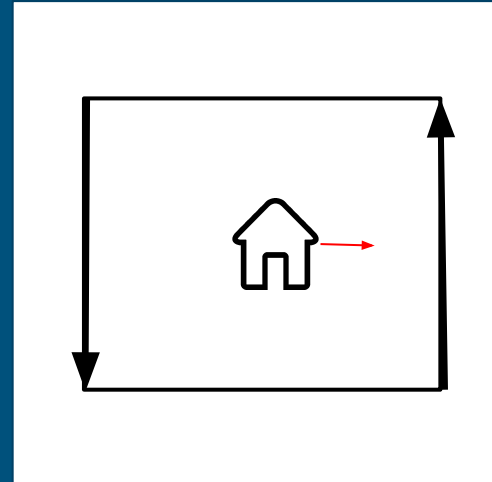
¡Manos a la obra!



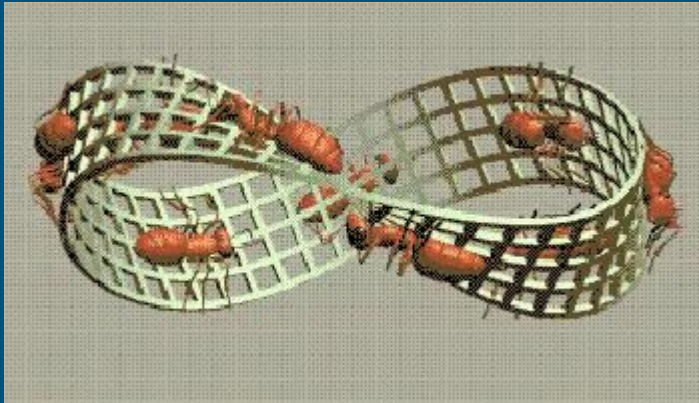
- Recorta un rectángulo, recomendable que su ancho sea mucho mayor a la altura.
- Dibuja las flechas de los lados, ojo con dónde apuntan. También dibuja la base (la casita).
- Dobla el papel (sin hacer pliegues) de tal manera que las flechas queden juntas, ¡apuntando al mismo lugar!
- Finalmente, dibuja una línea en la dirección de la flecha roja, ¿que pasa?, ¿qué ocurrirá si cortamos la figura por esta línea?

Al fin, la novedad

- Vuelve a cortar un rectángulo, pero esta vez dibuja las flechas en direcciones opuestas. ¿Es la misma figura?
- Dibuja la línea por la mitad, ¿se recorrió la misma distancia de antes?



La cinta de Möbius



Esta peculiar figura se conoce como cinta (o banda) de Möbius, en honor a August Möbius quien junto a Johann Benedict Listing fueron los primeros en estudiarla formalmente en 1858. Aún así esta figura ya se puede observar en pinturas desde antes de esta fecha.

Una de sus principales características es que a pesar de vivir en el espacio tridimensional, solo posee una cara y un borde. Por ello, muchas de sus representaciones artísticas incluyen animales caminando sobre ella.

Hora de las tijeras



Corta la cinta por la mitad (usando la línea que ya está dibujada), ¿era de esperar lo que pasa?

Haz una nueva cinta (que no sea tan delgada) y traza una línea a un centímetro del borde, ¿que pasa cuando se corta?

—

En la charla anterior te
hablaron sobre nudos,
haz una tercer cinta de
Möbius pero asegurate
de hacer el nudo trébol
antes de pegar.



+

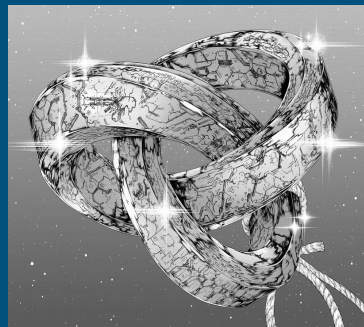


—

En la charla anterior te
hablaron sobre nudos,
haz una tercer cinta de
Möbius pero asegurate
de hacer el nudo trébol
antes de pegar.

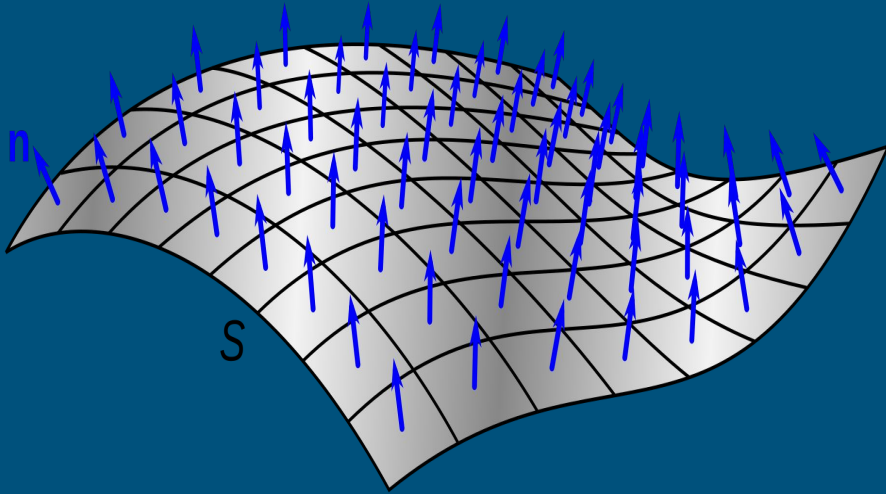


+



Medusa de la
serie Dr. Stone.

No todo es bonito

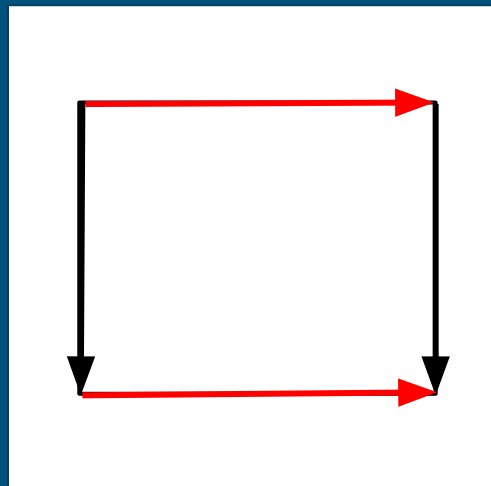


Imagina una persona caminando en la superficie, y lo representamos como una flecha donde su cabeza es la punta de la flecha. Si por más que camine la flecha nunca se invierte, la superficie se dice orientable. ¿Se cumple en la cinta de Möbius?

¿Dos pares de flechas?

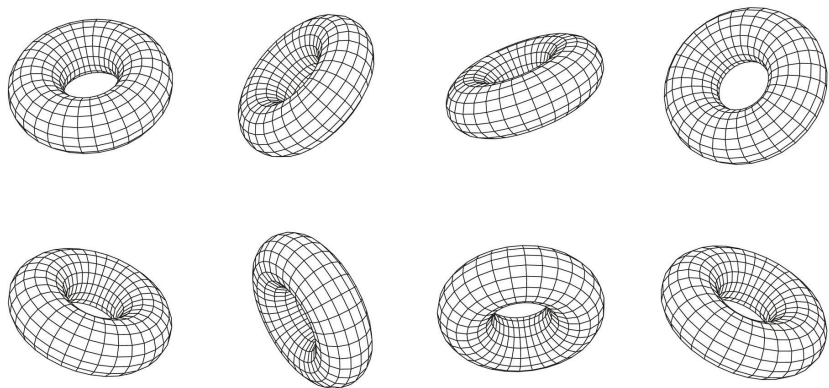
¿Qué pasará si ponemos otro par de flechas a nuestro rectángulo?

Prueba a hacerlo con el papel.



Probablemente no se logró de manera perfecta, debido al material con el que estamos trabajando, pero con un poco de imaginación (esto es muy importante en las matemáticas), nos damos cuenta que se obtiene una figura conocida.

El nombre de esta figura en matemáticas es, el toro. Ojo, esta figura está hueca, se parece a un flotador.

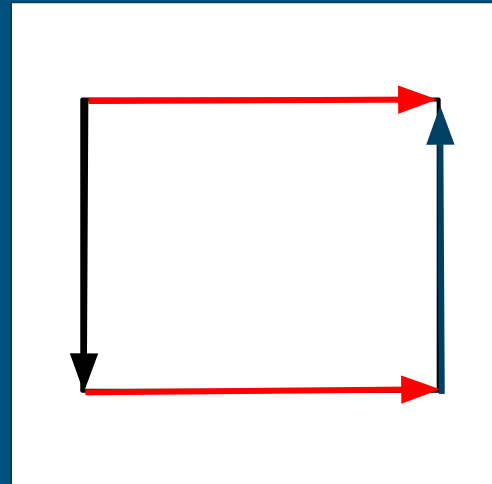


- ¿Se puede orientar?

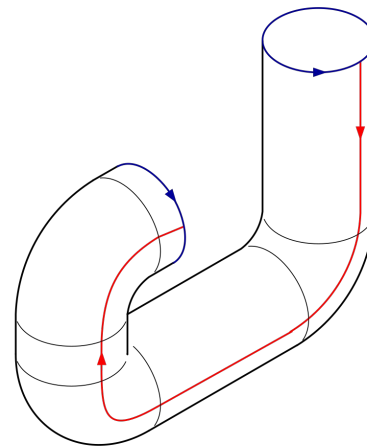
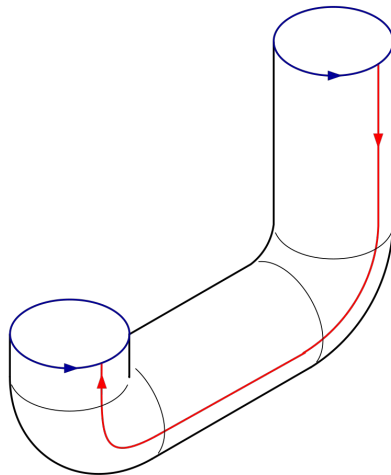
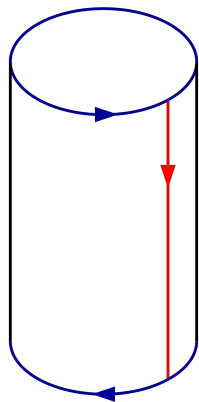
Otra vez, giramos una flecha

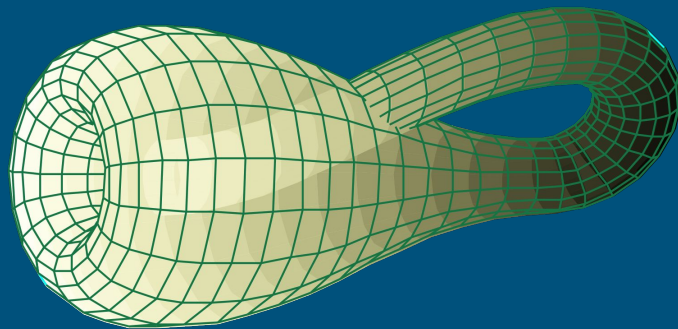
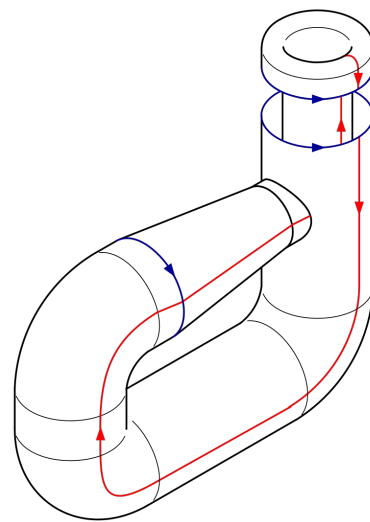
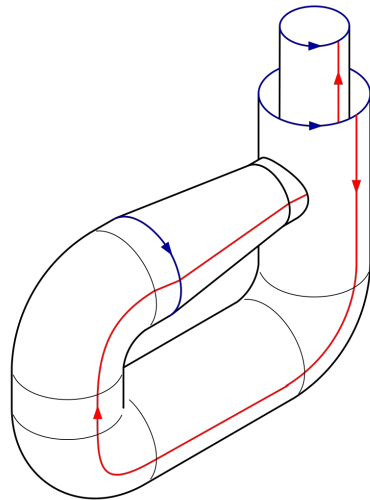
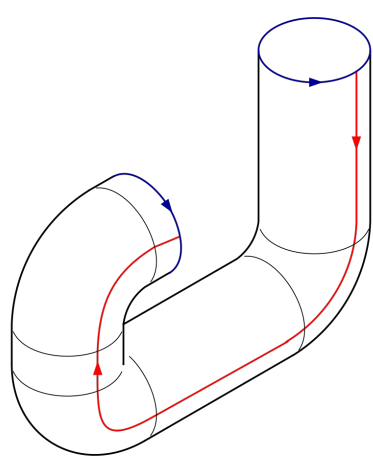
La figura que se obtiene con este cociente se conoce como Botella de Klein, en honor a Felix Klein quien la describió en 1882.

Tómate un tiempo para hacerla en papel, es más complicada que las anteriores.



Esta muy difícil, veamos que sugiere la Wikipedia

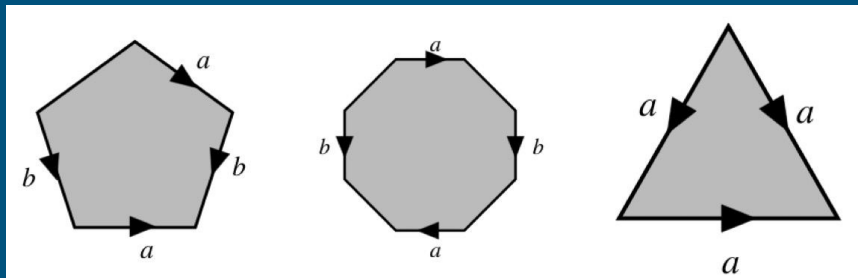




Que bonito, pero en el rectángulo no parecía haber intersecciones, ¿por qué aparece una intersección en la figura?

La respuesta es que esta solo es la “sombra” de la botella, la verdadera botella vive en 4 dimensiones.

Por hoy hemos acabado pero si algún día tienes tiempo libre, puedes pensar en más cocientes, estos nunca se acabarán.



Moralejas del día

- No todo en matemáticas son números, aunque ponerle algunos números a estas figuras nos permite entenderlas mejor. (Busca en qué consiste una parametrización)
- El buen matemático tiene imaginación y se guía por la intuición, pero siempre comprueba si es correcto lo que se imaginó.
- Aunque al empezar ya sabías dibujar un cilindro, gastar algo de tiempo buscando otra forma de hacerlo nos permitió llegar a nuevas figuras que no eran tan evidentes al inicio, por eso:

Nuevas ideas pueden surgir al cambiar el punto de vista cuando estudiamos algo ya comprendido